

## 学びの風景(その9)

2022. 6. 5 (日)

2次関数のグラフの問題をやっています。高校数Iの授業です。

2次関数のグラフをかくために必要な式を作成する問題です。平方完成の問題です。

### ★演習★【3】

$x$  の2次関数を標準形(平方完成の形)に変形せよ。

$$y = (-2x + 2)^2 - x^2$$

## 平方完成のプロセスを詳細に書く

いままでは、参考書などに書いてある答案を紹介しましたが、ここからは、数専ゼミオリジナルな解説で平方完成プロセスを紹介しましょう。

途中の操作をすべて文章化します。

$y = (-2x + 2)^2 - x^2$	
$= 4x^2 - 8x + 4 - x^2$	<p>◀ 平方の部分を展開する。</p>
$= 3x^2 - 8x + 4$	<p>◀ <math>x</math> について、降べきの順に並べ変える。</p>
$= 3\left(x^2 - \frac{8}{3}x\right) + 4$	<p>◀ <math>x</math> の項について、<math>x^2</math> の係数の3を割り出す 「<math>x^2</math> の係数を1にする」ということです。</p>
$= 3\left\{x^2 - \frac{8}{3}x + \left(\frac{8}{3} \times \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{8}{3} \times \frac{1}{2}\right)^2\right\} + 4$	<p>◀ <math>x</math> の係数の半分の2乗をたしてひく。</p>
$= 3\left\{\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2\right\} + 4$	<p>◀ 前の3項で平方公式の形を作る。</p>
$= 3\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 - 3\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 4$	<p>◀ 分配法則で{ }をはずす。 ここが一番間違い易い部分です。 しかし、この式を置くとずっと分かりやすくなります。</p>
$= 3\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{16}{3} + \frac{12}{3}$	<p>◀ 後の2項を通分する。</p>
$= 3\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{4}{3}$	<p>◀ 後の2項を計算する。</p>

最後の分数は2つに分けて通分したほうが安全です。

1本の式にすると、前回にA子くんがやったような符号の間違いに陥る危険性が高まります。

すべてのプロセスを開くと上のようになります。

## 実際の答案の書き方

このプロセスは、参考書では、次のように書かれています。

$$\begin{aligned}
 y &= (-2x+2)^2 - x^2 \\
 &= 3x^2 - 8x + 4 \\
 &= 3\left\{x^2 - \frac{8}{3}x + \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2\right\} + 4 &< \text{この部分が書かれていない参考書もあります。(省略可)} \\
 &= 3\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{16}{3} + 4 &< \text{ここが要注意プロセスです。上の分配法則の部分を参照。} \\
 &= 3\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

平方完成のプロセスを上のように理解しつつ、実際の答案は下の参考書のように簡潔に書けるようにすることが望ましいです。

上のように答案を書いていると、テストではもちろん、普段の勉強のときも時間がかかってしまうからです。上のプロセスは頭の中で行います。必ず行います。

## 最速答案の書き方

最短プロセスで答案を書くと、次のようになります。

最初の最も開いた答案の10分の1ほどの時間で計算できます。問題を入れて3行で書けます。

$$\begin{aligned}
 y &= (-2x+2)^2 - x^2 \\
 &= 3x^2 - 8x + 4 \\
 &= 3\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

プロセスが完全に頭の中に入っている人だけ、このように書いて下さい。

プロセスを深く理解しないままこのような答案を書いていると、この後の複雑な平方完成では、確実に間違えます。

**「フリント誌上講義」で自ら学び取る数専ゼミの数学教室です。**

### 数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: [suusen@seagreen.ocn.ne.jp](mailto:suusen@seagreen.ocn.ne.jp)