

学びの風景(その3)

2022.5.21(土)

複2次式の因数分解です

次の式を因数分解しなさい。

(1) $4x^4 - 21x^2 + 9$

(2) $x^4 - 14x^2 + 1$

(3) $x^4 + 4$

生徒A子：「え！？… これ、なに？… 4次式でしょ！？」

こんなの、どうすんの…！？」

先生：「では、ヒントです。

$4x^4 - 12x^2 + 9$ ではどうですか。」

生徒A子：「う～っ！」

まだわかりません。問題を威嚇しております。

準備： $4x^4 - 12x^2 + 9$ の因数分解

生徒C夫：「ぼく、わかるよ。」

生徒A子：「むっ！」

生徒C夫：「 $4x^4$ は $(2x^2)^2$ 、9は 3^2 とすれば、与式は $(2x^2)^2 - 2 \cdot 6x^2 + 3^2$ と変形できるから、それを因数分解すると、 $(2x^2 - 3)^2$ となります。」

生徒A子：「うむ！なるほど、そういう手があったか！

C夫は、わりと賢いねえ。」

先生：「いや、別に賢くなくとも、こんな問題なぞ、ちょっとした中学生でも解けるんですよ。」

生徒C夫：「……！？」

生徒A子：「……！！」(*_*)！

$4x^4 - 21x^2 + 9$ の因数分解

先生：「ま、ま、ま、それはそれとして…

では、問題の(1) $4x^4 - 21x^2 + 9$ はどうしますか？」

生徒A子：「真ん中の -21 がじゃまくっさいわねえ！」

先生：「おっ、賢い！いいところに目をつけました！

じゃまなもんは、消えてもらいましょう。」

生徒A子：「そだよ！-12のままでもいい。」

先生：「そうですね。-12のままでもいいもらいましょう。」

生徒A子：「おっし！」

生徒C夫：「これじゃ、問題が変わってしまうんじゃないですか。」

先生：「それは困ります。では、問題が変わらないようにしましょう。」

生徒A子：「あっ！それ知っている。”ぶん殴ってなでなで”するやつでしょ？」

先生：「変なところだけ覚えていますねえ。」

実際は、次のように解きます。

$4x^4 - 21x^2 + 9$ について、

①第1項と第3項が平方数であることを確かめます。

$4x^4$ は $(2x^2)^2$ 、 9 は 3^2 です。

②平方公式から第2項が $-12x^2$ となっていれば、平方の形ができます。

そこで、第2項の「 $-21x^2$ 」をぶん殴って2つに割ってしまいます。

もちろん、そのうちの1つが $-12x^2$ ですから、片割れは $-9x^2$ ということになります。

$-9x^2$ は、”なでなで”して式の末尾に移動をお願いします。

ここまでは、次のようになります。

$$\begin{aligned} & 4x^4 - \underline{21x^2} + 9 \\ &= (2x^2)^2 - \underline{12x^2} - \underline{9x^2} + 3^2 \\ & \quad \text{ぶん殴って2つに割った} \end{aligned}$$

③因数分解ができるように式を整えます。

$$\begin{aligned} &= \underline{(2x^2)^2 - 12x^2 + 3^2} - \underline{9x^2} \\ & \quad \text{ここは因数分解できます} \quad \text{なでなでして式の末尾に移動をお願いした} \\ &= (2x^2 - 3)^2 - 9x^2 \end{aligned}$$

生徒A子：「う～っ！9がじゃまくっさいねえ！

9がいなければ、2乗-2乗で、「和と差の積」に因数分解できるんだけど。」

先生：「そうですね。じゃまものはただちに消えてもらいます。

$9x^2$ は $(3x)^2$ の形にしておきます。

これで、ころおきなく、公式が使えます。

$$\begin{aligned} &= (2x^2 - 3)^2 - (3x)^2 \\ &= (2x^2 - 3 + 3x)(2x^2 - 3 - 3x) \\ &= (2x^2 + 3x - 3)(2x^2 - 3x - 3) \\ & \text{となります。} \end{aligned}$$

まとめ(複2次式の因数分解のしかた)

以上のお話をまとめます。

複2次式の因数分解では、

- ・第2項をぶん殴ってなでなでし、
- ・前半と後半で平方の形を作り、 ◀この部分が一番大切なところです。ぶん殴り方です。
- ・和と差の積の公式を使って因数分解する。

さて、このぶん殴り方をまちがえると、和と差の積の公式へもっていきなくなります。
上の(2)の問題です。
さらに、ぶん殴る相手がいない問題もあります。(3)の問題です。

こんなとき、どうするのか。
複2次式の応用力を高める解法の技術については、次回にお話しましょう。

■数専ゼミで使っている複2次式の因数分解の教材については、このお話の続きの後で紹介しま
す。応用力のつく解法の紹介です。

楽しく学べる数専ゼミの数学教室です。

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp