

2次方程式の解の怪

2021.7.15(木)

ある2次方程式の解

ある生徒が、2次方程式 $(x-7)(x+1)=-15$ を、次のように解きました。

$$\begin{aligned} (x-7)(x+1) &= -15 \\ x-7 &= -15 \quad \text{または} \quad x+1 = -15 \\ \text{よって, } x &= -8, \quad x = -16 \end{aligned}$$

数学で高い”点数”を取っている生徒で、このように解く人はけっこう多くおられます。では、この解は正しいのでしょうか？

解の正誤を確かめてみます…

方程式の解は、簡単に確かめることができます。
求めた解を元の方程式に代入して、等式が成り立てばその解は正しいのですね。
やってみましょう。

- ・左辺に $x = -8$ を代入します。

$$\text{左辺} = (-8-7) \times (-8+1) = 105 \neq \text{右辺}$$

◀等しくない記号は \neq 右辺

よって、 $x = -8$ はこの方程式の解でないことがわかります。

- ・左辺に $x = -16$ を代入します。

$$\text{左辺} = (-16-7) \times (-16+1) = 345 \neq \text{右辺}$$

よって、 $x = -16$ はこの方程式の解でないことがわかります。

すなわち、 $x = -8$ 、 -16 はこの方程式の解ではありません。

では、正しい解は？

2次方程式の解の求め方の基礎には、次の等式の性質があります。

$$a \cdot b = 0 \text{ のとき, } a = 0 \text{ または } b = 0$$

この等式の性質を使って、問題の方程式の解を求めてみます。

$$(x-7)(x+1) = -15$$

$$x^2 - 6x - 7 = -15$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

◀右辺は0にする！

$$(x - 2)(x - 4) = 0$$

$$x = 2, 4$$

確かめます。

$x = 2$ のとき、これをもとの方程式に代入すると、

$$\text{左辺} = (2 - 7) \times (2 + 1) = -5 \times 2 = -10 = \text{右辺}$$

$x = 4$ のとき、これをもとの方程式に代入すると、

$$\text{左辺} = (4 - 7) \times (4 + 1) = -3 \times 5 = -15 = \text{右辺}$$

$x = 2, 4$ は正しいことがわかります。

2次方程式の解法

このように、2次方程式は

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (\text{標準形})$$

の形に書きかえてから因数分解をし、解を求めなければなりません。

最新の間違った例も1つ紹介しておきましょう。

x についての方程式 $4x - a^2 + 3a - 2 = 0$ の解が3であるとき、 a の値を求めなさい。

【まちがい例】

$$12 - a^2 + 3a - 2 = 0$$

$$-a^2 + 3a = -10$$

$$a^2 - 3a = 10$$

$$a(a - 3) = 10 \quad \leftarrow ab=0 \text{ の形になっていない}$$

$$a = 0, 3$$

【正解】

与式に、 $x = 3$ を代入して、

$$4 \times (3) - a^2 + 3a - 2 = 0$$

$$a^2 - 3a - 10 = 0$$

$$(a + 2)(a - 5) = 0 \quad \leftarrow ab=0 \text{ の形を作る}$$

$$a = -2, 5$$

このまちがいは…

2次方程式の解法のまちがいというよりは、「 $ab=0$ のとき、 $a=0$ または $b=0$ 」という等式の意味を理解していないことが原因となっているまちがいといえます。

正しい方程式の解法が学べる数専ゼミの数学教室です。

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp

数専ゼミで学習する教材については、こちらから実物サンプルをご覧になれます。→

[教材](#)