

ベクトルは図で理解すること

003 / 2021.5.20(木)

ベクトルの平行と成分の問題

2つのベクトル $\vec{a} = (\chi + 2, 2)$, $\vec{b} = (4, \chi)$ が平行となるように, χ の値を定めなさい。

生徒Aは, 次のように解きました。

① 問題の条件より,
 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ であるから, $\vec{a} = k\vec{b}$ …①

② ①を成分で表すと,
 $\vec{a} = (\chi + 2, 2)$, $\vec{b} = (4, \chi)$ であるから,
 $(\chi + 2, 2) = k(4, \chi)$
 $(\chi + 2, 2) = (4k, k\chi)$

ベクトルの相等関係より,

$$\begin{cases} \chi + 2 = 4k & \dots ② \\ 2 = k\chi & \dots ③ \end{cases}$$

③ ②, ③を連立して解くと,

$$\text{②より, } k = \frac{\chi + 2}{4}$$

◀ χ の値を求めるので k を消去する。

$$\text{これを③に代入して, } 2 = \frac{\chi + 2}{4} \chi$$

$$\text{これを整理して, } \chi^2 + 2\chi - 8 = 0$$

$$(\chi + 4)(\chi - 2) = 0 \text{ より,}$$

$$\chi = -4, 2$$

先生: 「はい! 正解ですね。」

と, 答案にまるをつけて, 通常, 学習はここで終わります。

問題を深める生徒

ところが, 彼女から突然質問がとんできました。

生徒A: 「この $\chi = -4, 2$ のとき, \vec{a} と \vec{b} は図ではどのようになっているのですか。」

普通の生徒は, このような発想はしません。 χ の値を求めてそれでおしまいになります。

確かに, 問題としては, χ の値を求めるだけで済むわけですが, ベクトルの図的な裏付けを確認

することは、この場面だけではなく、ベクトルの様々な問題を解く上で、ぶれない、基礎的な力とならと思います。

畢竟、彼女は、ベクトルの大きさを求める問題や内積の問題でも、図的な裏付けを確認する質問をしています。

苦手な人の多いベクトルの問題ですが、図を介して理解をしていくことで、出題者の意図を見抜き、的確に問題に答えることのできる学力を習得することができるようになります。

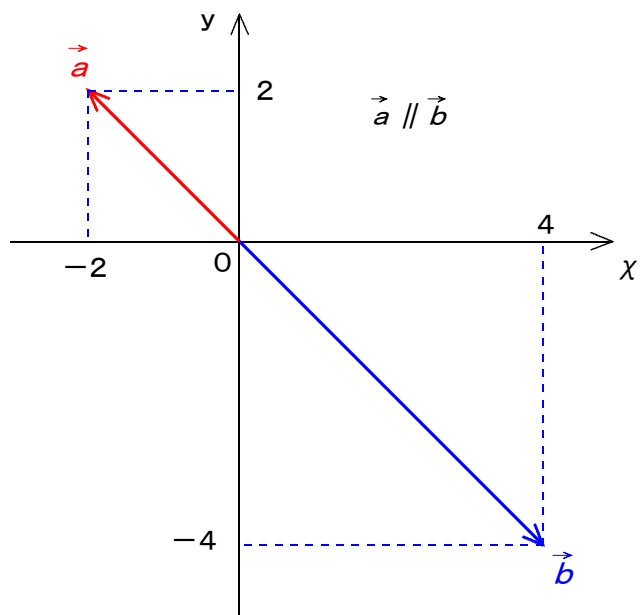
$x = -4, 2$ の図的状況

ちなみに、上の問題の図的状況は、次のようになります。

$x = -4$ のとき、

$$\vec{a} = (-2, 2), \vec{b} = (4, -4)$$

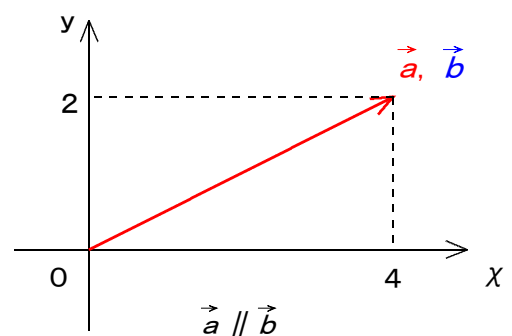
であるから、図は、右のようになります。



$x = 2$ のとき、

$$\vec{a} = (4, 2), \vec{b} = (4, 2)$$

であるから、図は、右のようになります。



ベクトルをわかりやすく学べる数専ゼミの数学教室です。

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp