8

第１章　数列　２・いろいろな数列

6 区画に分けた数列

（１／４）■　群数列　■

群数列

★知識の整理★

【１】群数列

下の★解法の技術★のように，区画に分けた数列を **群数列** といいます。

【２】群数列の解き方

群数列は，

- 群に分ける前の数列の規則性　と
- 各群に含まれる項数の規則性　を考えます。

◇《群数列》 学力化➡　／　，

★解法の技術★

自然数の列を下のような群に分ける。次の問いに答えなさい。

２｜４，６，８｜１０，１２，１４，１６，１８｜２０，２２，…

(1) 第１０群の最初の項を求めなさい。

(2) 第ｎ群に含まれる項の和を求めなさい。

(3) ８８は第何群の何番目の項か求めなさい。

このｎは$\{a_n\}$の項番号

【考え方】群に分ける前の数列の規則性と各群に含まれる項数の規則性を区別して考える。

分ける前の数列を$\{a_n\}$，各群に含まれる項数についての数列を$\{b_k\}$とすると，

	第１群	第２群	第３群	第４群	第ｋ群
$\{a_n\}$	２	４，６，８	１０，１２，１４，１６，１８	２０，２２，…	…，２ｎ
$\{b_k\}$	１	３	５	７	２ｋ－１（個）

（番目）

このｋは$\{b_k\}$の群番号

［答　案］

0 （数列の一般項）

- 分ける前の数列を$\{a_n\}$とすると，初項２，公差２の等差数列なので，一般項は，
  $a_n=2+(n-1)\times 2$より，$a_n=2n$
- 各群に含まれる項数についての数列を$\{b_k\}$とすると，初項１，公差２の等差数列なので，一般項は，$b_k=1+(k-1)\times 2$より，$b_k=2k-1$

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

↗（前のページからのつづき）

(1) **第１０群の最初の項は？**

(1)	第９群	第１０群
$a_n=2n$		2×82
n		82 ↑
S	81 →	↗

$\boxed{1}$ （第９群までの項数の和を求める）

第９群までの項数の和は，

$$\frac{1}{2}\times 9\times\{2\times 1+(9-1)\times 2\}=81$$

◀ $b_k=1+(k-1)\times 2$

$\boxed{2}$ （第10群の初項までの項数の和を求める）

第１０群の初項は，$81+1=82$ より，$\{a_n\}$ の第８２番目の項である。

$\boxed{3}$ （第10群の初項を求める）

よって，$a_n=2n$ より，$a_{82}=2\times(82)=\underline{164}$　…(Ans.)

(2) **第ｎ群に含まれる項の和は？**　（【注】ｎ群を k 群として考える）

第ｋ群に含まれる項は等差数列なので，
第ｋ群の①初項，②末項，③項数
を利用して和を求める。

(2) $\boxed{1}$	第 $(k-1)$ 群	第k群（初項）
$a_n=2n$		$2\times\{(k-1)^2+1\}$
n		$(k-1)^2+1$ ↑
S	$(k-1)^2$ →	↗

$\boxed{1}$ （第k群の初項を求める）

・第 $(k-1)$ 群までの項数の和は，

$$\frac{1}{2}\times(k-1)\times\{2\times 1+(k-1-1)\times 2\}=(k-1)^2$$

・したがって，第ｋ群の初項までの項数の和は，$(k-1)^2+1$ であるから，
第ｋ群の初項は，$\{a_n\}$ の第 $(k-1)^2+1$ 番目の項である。

・よって，第ｋ群の初項は，$a_n=2n$ より，
$a_k=2\times\{(k-1)^2+1\}=\underline{2(k^2-2k+2)}$　…①

(2) $\boxed{2}$		第k群（末項）
$a_n=2n$		$2k^2$
n		k^2 ↑
S		k^2 ↑

$\boxed{2}$ （第k群の末項を求める）

・第ｋ群までの項数の和は，

$$\frac{1}{2}\times k\times\{2\times 1+(k-1)\times 2\}=k^2$$

◀ $b_k=1+(k-1)\times 2$

・したがって，第ｋ群の末項までの項数の和は k^2 であるから，第ｋ群の末項は，
$\{a_n\}$ の第 k^2 番目の項である。
よって，第ｋ群の末項は，$a_n=2n$ より，$a_k=2\times k^2=\underline{2k^2}$　…②

$\boxed{3}$ （第k群の項数を求める）

また，第ｋ群に含まれる項数は，$b_k=2k-1$ より，$b_k=\underline{2k-1}$　…③

（次のページへつづく）↗

□ □　【２・いろいろな数列　No.８（１／４）】　－〈３枚目／３枚〉

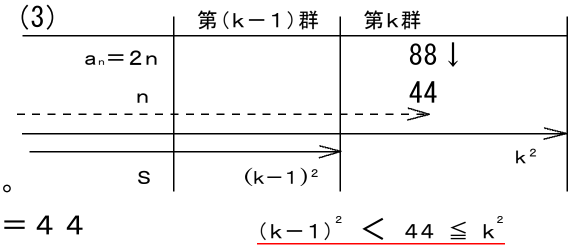
↗（前のページからのつづき）

$\boxed{4}$ （第k群の項の和を求める）

$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$より，求める和は，初項$\underline{2(k^2-2k+2)}$，末項$\underline{2k^2}$，項数$\underline{2k-1}$の等差数列の和であるから，

$$S=\frac{1}{2}(2k-1)\{2(k^2-2k+2)+2k^2\}=2(2k-1)(k^2-k+1)$$

kをnにおきかえて，$\underline{2(2n-1)(n^2-n+1)}$　…(Ans.)



(3)　**<u>８８は第何群の何番目の項？</u>**

$\boxed{1}$ （88は{aₙ}の何番目の項かを求める）

まず，８８が$\{a_n\}$の何番目の項か求める。

$a_n=2n$より，$88=2n$を解いて，$n=44$

よって，８８は，$\{a_n\}$の$\underline{44}$番目の項である。　…①

$\boxed{2}$ （第k群までの項数の和を求める）

第k群までの項数の和は，　◀ $b_k=1+(k-1)\times 2$

$$\frac{1}{2}\times k\times\{2\times 1+(k-1)\times 2\}=k^2$$　◀ Σを使ってもよい(下記)

よって，$\{a_n\}$の第$\underline{k^2}$番目の項が第k群の末項になる。　…②

$\boxed{3}$ （第k−1群までの項数の和を求める）

これより，第$(k-1)$群の末項は，$\{a_n\}$の第$\underline{(k-1)^2}$番目の項だとわかる。　…③

$\boxed{4}$ （88は第何群の何番目の項かを求める）

・$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$より，$(k-1)^2<44\leqq k^2$となるから，kに具体的な値を代入して，４４番目の項が第何群か調べる。

$(k-1)^2<44\leqq k^2$　◀44が第k群の末項の場合もありうるから等号が入る。

$(7-1)^2<44\leqq 7^2$　◀ $k=7$

$36<44\leqq 49$

であるから，$k=7$となり，４４番目の項は第７群の項であることがわかる。

・また，$44-36=8$より，４４番目の項は第７群の８番目の項であることがわかる。

$\boxed{5}$ （答をまとめる）

よって，８８は<u>第７群の８番目の項</u>である。…(Ans.)

＊等差数列の和の公式

$$S_n=\frac{1}{2}n\{2a+(n-1)d\}$$

a：初項，　n：項数　d：公差

$$\sum_{k=1}^{n}(2k-1)=2\sum_{k=1}^{n}k-\sum_{k=1}^{n}1$$
$$=2\cdot\frac{1}{2}n(n+1)-n$$
$$=n^2+n-n$$
$$=n^2$$

■この例題の練習・応用問題は７題あり，これらは数専ゼミの教室で学習できます。