１２

第３章　図形の性質　１・三角形の性質

4 メネラウスの定理とチェバの定理（その２）

（１／５）■　チェバの定理　■

チェバの定理

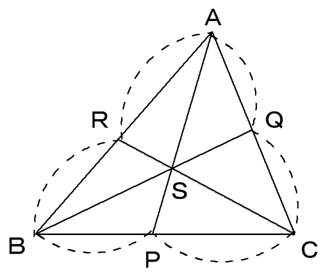
★知識の整理★

【１】チェバの定理

△ＡＢＣの３辺ＢＣ，ＣＡ，ＡＢ上にそれぞれ点Ｐ，Ｑ，Ｒがあり，
３直線ＡＰ，ＢＱ，ＣＲが１点で交われば

$$\frac{AR}{RB}\cdot\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}=1$$

が成り立つ。
＊証明は学習する必要はありません。



＊チェバの定理の使い方はメネラウスの定理と全く同じです。すなわち，
★三角形の頂点→直線上の点（分点）→三角形の頂点と順に線にそって一周する。

＊《メネラウスの定理・チェバの定理を使う手順》

$$\frac{\text{頂点①分点１}}{\text{分点１頂点②}}\cdot\frac{\text{頂点②分点２}}{\text{分点２頂点③}}\cdot\frac{\text{頂点③分点３}}{\text{分点３頂点①}}=1$$

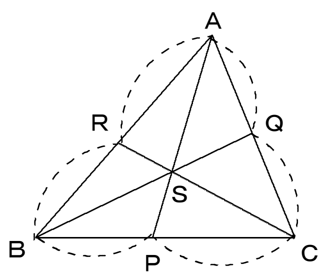
◀スタート地点と，進む方向を決めた後は一本道である。

【２】チェバの定理の逆

△ＡＢＣの３辺ＢＣ，ＣＡ，ＡＢ上にそれぞれ点Ｐ，Ｑ，Ｒがあり，

$$\frac{AR}{RB}\cdot\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}=1$$

が成り立てば３直線ＡＰ，ＢＱ，ＣＲが１点で交わる。



１２

第３章　図形の性質　１・三角形の性質

4 メネラウスの定理とチェバの定理（その２）

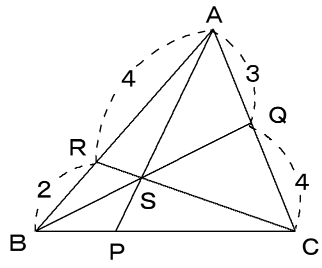
（２／５）■　チェバの定理　■

★解法の技術★

次の問いに答えなさい。

(1) 右図において，ＢＰ：ＰＣを求めなさい。

(2) 三角形の３つの中線は１点で交わることを証明しなさい。



【考え方】**メネラウスの定理・チェバの定理を使う手順**

三角形の頂点→直線上の点（分点）→三角形の頂点と順に線にそって一周する。

つまり，$\dfrac{\text{頂点①分点1}}{\text{分点1頂点②}} \cdot \dfrac{\text{頂点②分点2}}{\text{分点2頂点③}} \cdot \dfrac{\text{頂点③分点3}}{\text{分点3頂点①}} = 1$

◀スタート地点と，進む方向を決めた後は一本道である。

［答　　案］

(1) 図において３直線ＡＰ，ＢＱ，ＣＲが１点で交わっているので，チェバの定理より，頂点ＡからＱへの順に一周すると，

$\dfrac{AR}{RB} \cdot \dfrac{BP}{PC} \cdot \dfrac{CQ}{QA} = 1$ であるから，

$\dfrac{4}{2} \cdot \dfrac{BP}{PC} \cdot \dfrac{4}{3} = 1$

$\dfrac{BP}{PC} = 1 \cdot \dfrac{2}{4} \cdot \dfrac{3}{4} = \dfrac{3}{8}$

よって，<u>ＢＰ：ＰＣ＝３：８</u>

(2)　［証明］

△ＡＢＣにおいて，辺ＢＣ，ＣＡ，ＡＢの中点をそれぞれＰ，Ｑ，Ｒとする。

ＡＲ＝ＲＢであるから，$\dfrac{AR}{RB} = 1$

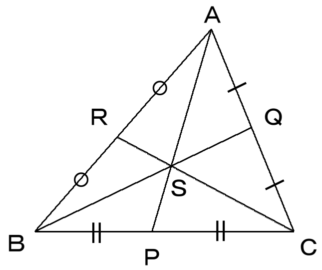
ＢＰ＝ＰＣであるから，$\dfrac{BP}{PC} = 1$

ＣＱ＝ＱＡであるから，$\dfrac{CQ}{QA} = 1$

$\dfrac{AR}{RB} \cdot \dfrac{BP}{PC} \cdot \dfrac{CQ}{QA} = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

よって，チェバの定理の逆より３直線ＡＰ，ＢＱ，ＣＲは１点で交わる。

つまり，三角形の３つの中線は１点で交わる。



■この例題の練習・応用問題は7題あり，これらは数専ゼミの教室で学習できます。