１９

第２章　図形と方程式　３・軌跡と領域

２　不等式の表す領域（その７）

（１／３）■　通過領域の問題②　■

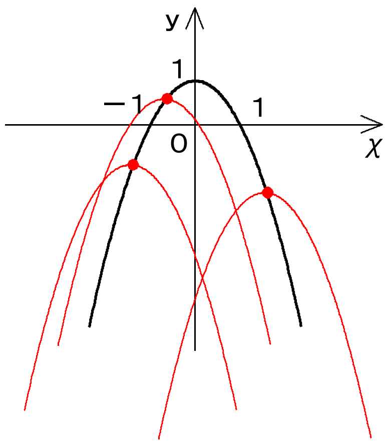
曲線の通過領域

◇《曲線の通過領域》 学力化➡　　／　，

★解法の技術★

放物線 $y=-(\chi-a)^2+1-a^2$ …①について，ａがすべての実数値をとって変化するとき，放物線①が通る座標平面上の範囲を図示せよ。

【考え方】放物線の頂点の座標は　$(a,\ 1-a^2)$
よって，ａが実数値をとって変化すると，頂点が放物線 $y=1-a^2$ 上を動きながら平行移動する。
求めたいのは，放物線①が通る点 $(\chi,\ y)$ の関係である。
「放物線①が点 $(\chi,\ y)$ を通る」とは，逆に考えると，「点 $(\chi,\ y)$ を通る放物線①がある」ということ。「①がある」というのは「①が成り立つような実数ａがある」ということ。
すなわち，



直線①が点 $(\chi,\ y)$ を通る　⟺　①を満たす実数ａが存在する

そこで，①をａについて整理し，①が実数解ａをもつような $(\chi,\ y)$ の範囲を求める。

［答　　案］／ ★★★★☆ ／

1　（放物線をａについて整理する）

①をａについて整理すると，

$2a^2-2\chi a+y+\chi^2-1=0$　…②　　◀①と②は同じ放物線を表している。

2　（放物線が点 $(\chi,\ y)$ を通るための条件を求める）

放物線①が点 $(\chi,\ y)$ を通るための条件は，　◀放物線は点 $(\chi,\ y)$ の集まり。

ａの２次方程式②が実数解をもつこと　◀「ａがすべての実数値をとって…」

である。

よって，２次方程式②の判別式をＤとすると，

$$\frac{D}{4}=(-\chi)^2-2(y+\chi^2-1)\geqq 0$$

ゆえに，$y\geqq-\dfrac{\chi^2}{2}+1$　◀この式が，ａが実数値をとる条件だから，①が通る範囲を表している。

（次のページへつづく）↗

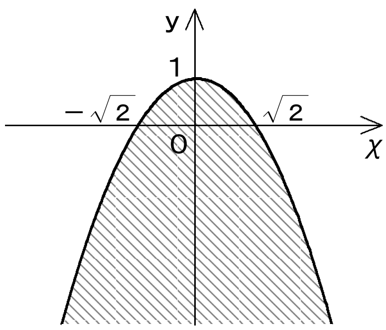
□ □　【軌跡と領域　No.１９（１／３）】　－〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

3　（領域を図示する）

求める範囲は，右の図の斜線部分。
ただし，境界線を含む。

《求める領域》



■この例題の練習･応用問題は2題あり，これらは数専ゼミの教室で学習できます。