

1 8

## 第2章 図形と方程式 3・軌跡と領域

## 2 不等式の表す領域 (その7)

## (1/6) ■ 通過領域の問題① ■

## 直線の通過領域

◇ 《直線の通過領域》 学力化 → /

## ★解法の技術★

直線  $y = 2ax + a^2$  …①について、 $a$  がすべての実数値をとって変化するとき、直線①が通りうる領域を図示せよ。

【考え方】直線①の傾きは  $2a$ 、 $y$  切片は  $a^2$  であり、 $a$  が実数値をとって変化すると、これらが同時に変化する。

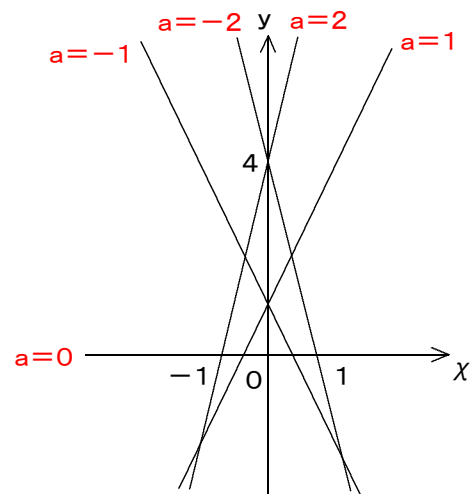
求めたいのは、直線①が通る点  $(x, y)$  における  $x$  と  $y$  の関係である。例えば、

$$a = 0 \text{ のとき, } y = 0$$

$$a = 1 \text{ のとき, } y = 2x + 1$$

$$a = 2 \text{ のとき, } y = 4x + 4$$

であるが、すべての  $a$  の値に対して調べ上げるのは不可能なので、見方を変えて、次のように考えてみよう。



「直線①が点  $(x, y)$  を通る」とは、逆に考えると、「点  $(x, y)$  を通る直線①がある」ということ。「①がある」というのは「①が成り立つような実数  $a$  がある」ということ。

すなわち、

直線①が点  $(x, y)$  を通る  $\iff$  ①を満たす実数  $a$  が存在する

そこで、①を  $a$  について整理し、①が実数解をもつような  $x, y$  の条件を求める。

(次のページへつづく) ↗

## □ □ 【軌跡と領域 No. 18 (1/6)】 - 〈2枚目/2枚〉

➡ (前のページからのつづき)

[答 案] / ★★★★★ /

① (直線を  $a$  について整理する)

$$\textcircled{1} \text{を } a \text{ について整理すると,} \\ a^2 + 2x \cdot a - y = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

◀ ①と②は同じ直線を表している。

② (直線が点  $(x, y)$  を通るための条件を求める)

直線①が点  $(x, y)$  を通るための条件は、  
 **$a$  の 2 次方程式②が実数解をもつこと**  
 である。

◀ 直線は点  $(x, y)$  の集まり。◀ 「 $a$  がすべての実数値をとって…」よって、2次方程式②の判別式を  $D$  とすると、

$$\frac{D}{4} = x^2 - (-y) \geq 0$$

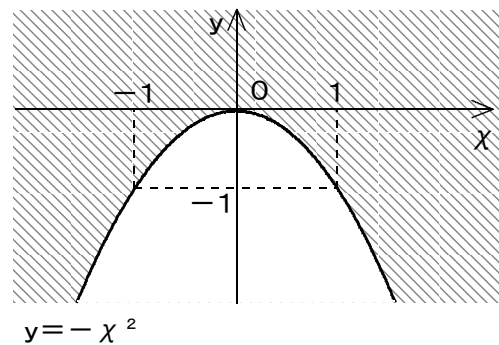
$$\text{ゆえに, } y \geq -x^2$$

◀ この式が、②が実数値をとる条件だから、①が通る領域を表している。

③ (領域を図示する)

求める領域は、右の図の斜線部分。  
 ただし、境界線を含む。

《求める領域》



■この例題の練習・応用問題は5題あり、これらは**数専ゼミの教室**で学習できます。