4

第２章　図形と方程式　３・軌跡と領域

1 軌跡

（１／８）■　連動点の軌跡①　■

軌跡が円になる

◇《軌跡が円になる場合》学力化➡　　／　，

★解法の技術★

> 点Ｑが円 $\chi^2+y^2=4$ の周上を動くとき，点Ａ（８，０）と点Ｑとを結ぶ線分ＡＱの中点Ｐの軌跡を求めなさい。

【考え方】**連動点の軌跡を求める手順**

ある線上を動く点Ｑ（動点）につられて，ある条件を満たしながら動く点Ｐ（連動点）の軌跡を求めるとき…

1. 動点をＱ（ｓ，ｔ）とおき，軌跡を求める連動点をＰ（χ，ｙ）とおく。
2. χ，ｙをそれぞれｓ，ｔで表す。　◀このようなs，tを「媒介変数」という。
3. ｓ，ｔを消去して，χ，ｙの満たす方程式（点Ｐの軌跡）を導く。

［答　案］

1 （定義）

動点Ｑの座標を（ｓ，ｔ），その連動点Ｐの座標を（χ，ｙ）とする。

2 （χ，yを媒介変数（動点）で表す）

点Ｑは $\chi^2+y^2=4$ 上を動くから，

$s^2+t^2=4$ …①　◀点Ｑの条件

このとき，点Ｐは線分ＡＱの中点であるから，

$\chi=\dfrac{s+8}{2}$，　$y=\dfrac{t+0}{2}$ …②　◀図的状況は下図へ

3 （点Ｐの軌跡を求める）

②より，$s=2\chi-8$，$t=2y$ …②'　であるから，　◀s，tの動き①を，s，tとχ，yの関係式②を使って，χ，yの動きとして表現し直す。

②'を①に代入してｓ，ｔを消去すると，

$(2\chi-8)^2+(2y)^2=4$

$4(\chi-4)^2+4y^2=4$

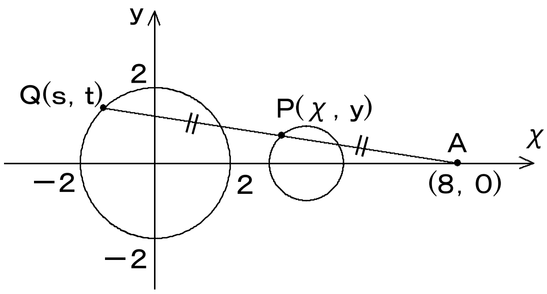
$(\chi-4)^2+y^2=1$　↑これがPの軌跡を表す方程式

（逆に，この円上のすべての点Ｐ（χ，y）は条件を満たす。）

▲この部分は省略してよい。

したがって，求める軌跡は，

中心（４，０），半径１の円



■この例題の練習・応用問題は5題あり，これらは数専ゼミの教室で学習できます。

４

第２章　図形と方程式　３・軌跡と領域

１ 軌跡

（７／８）■　連動点の軌跡①　■

軌跡が放物線になる①

◇《軌跡が放物線になる場合①》 **学力化**➡　　／　，

★解法の技術★

点Ａ（２，０）と放物線 $y=\chi^2$ 上を動く点Ｑとを結ぶ線分ＡＱの中点Ｐの軌跡を求めなさい。

【考え方】<u>連動点の軌跡を求める手順</u>

ある線上を動く点Ｑ（動点）につられて，ある条件を満たしながら動く点Ｐ（連動点）の軌跡を求めるとき…

1. 動点をＱ（ｓ，ｔ）とおき，軌跡を求める連動点をＰ（χ，ｙ）とおく。
2. χ，ｙをそれぞれｓ，ｔで表す。　＊このようなs，tを「媒介変数」という。
3. ｓ，ｔを消去して，χ，ｙの満たす方程式を導く。

［答　案］

1 （定義）

動点Ｑの座標を（ｓ，ｔ），その連動点Ｐの座標を（χ，ｙ）とする。

2 （χ，yを媒介変数（動点）で表す）

点Ｑは $y=\chi^2$ 上を動くから，

$t=s^2$ …①　◀点Ｑの条件

このとき，点Ｐは線分ＡＱの中点であるから，

$\chi=\dfrac{s+2}{2}$，　$y=\dfrac{t+0}{2}$ …②　◀図的状況は下図へ

3 （点Ｐの軌跡を求める）

②より，$s=2\chi-2$，$t=2y$ …②'　であるから，

②'を①に代入してｓ，ｔを消去すると，

$2y=(2\chi-2)^2$

$2y=4(\chi-1)^2$

$y=2(\chi-1)^2$

◀s，tの動き①を，s，tとχ，yの関係式②を使って，χ，yの動きとして表現し直す。
↑これがPの軌跡を表す方程式

（逆に，この放物線上のすべての点Ｐ（χ，y）は条件を満たす。）

◀この部分は省略してよい。

したがって，求める軌跡は，

<u>**放物線 $y=2(\chi-1)^2$**</u>