

## 第2章 図形と方程式 3・軌跡と領域

## 1 軌跡

## (1/5) ■ アポロニウスの円 ■

## 軌跡が”アポロニウスの円”になる

◇ 《軌跡がアポロニウスの円になる場合》 **学力化** → / .

## ★解法の技術★

2点A(0, 0), B(6, 0)からの距離の比が2:1である点Pの軌跡を求めなさい。

## 【考え方】軌跡の求め方

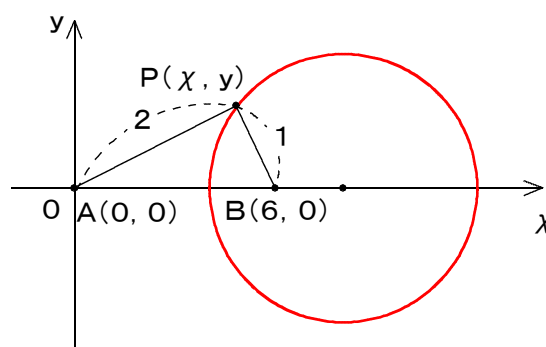
- 1 点Pの座標を $(x, y)$ とおく。
- 2 条件を $x, y$ の関係式で表す。  
「距離についての条件」の場合は、距離を2乗する。 ◀【注】を参照
- 3 これを整理して、 $x, y$ の満たす方程式を導く。

## [答 案]

- 1 点Pの座標を $(x, y)$ とおく。
- 2  $AP:BP=2:1$  すなわち、 $AP=2BP$  より、  
 $AP^2=4BP^2$   
であるから、  
 $(x-0)^2+(y-0)^2=4\{(x-6)^2+(y-0)^2\}$
- 3 これを整理して、  
 $x^2+y^2=4(x^2-12x+36+y^2)$   
 $x^2+y^2=4x^2-48x+144+4y^2$   
 $3x^2-48x+3y^2+144=0$   
 $x^2-16x+64-64+y^2+48=0$   
 $(x-8)^2+y^2=16$
- \* 4 (逆に、この円上のすべての点 $P(x, y)$ は、条件を満たす。)

▲ふつう、書かない。

- 5 したがって、求める軌跡は、  
**中心(8, 0), 半径4の円**



【注】距離を根号のついた形で求めてもいいが、両辺を2乗して根号をはずすので、最初から距離を2乗した式を作る。

## □ □ 【軌跡と領域 No. 3 (1/5)】 - 〈2枚目/2枚〉

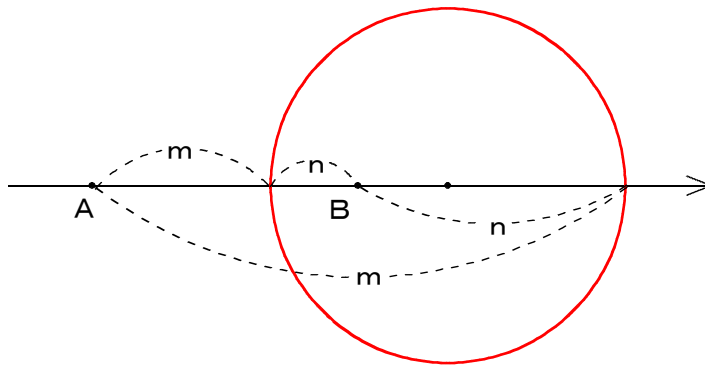
➔ (前のページからのつづき)

## 《資料》 《アポロニウスの円》

上の例題で、線分  $AB$  を  $2:1$  の比に内分する点  $S$  は  $S(4, 0)$ 、 $2:1$  の比に外分する点  $T$  は  $T(12, 0)$  であり、求めた点  $P$  の軌跡は  $S$  と  $T$  を直径の両端とする円になっている。

一般に、2点  $A, B$  からの距離の比が  $m:n$  である点  $P$  の軌跡は、 $m \neq n$  のとき、線分  $AB$  を  $m:n$  に内分する点と外分する点を直径の両端とする円である。

この円を **アポロニウスの円** という。



なお、 $m = n$  のときは、2定点  $A, B$  を結ぶ線分  $AB$  の垂直二等分線である。

■この例題の練習・応用問題は4題あり、これらは**数専ゼミの教室**で学習できます。