

第2章 図形と方程式 3・軌跡と領域

1 軌跡

(1/4) ■ 放物線 ■

軌跡が放物線になる

◇《軌跡が放物線になる場合》 **学力化** → / .

★解法の技術★

a がすべての実数値をとって変化するとき、放物線 $y = x^2 - 2ax + 1$ の頂点 P の軌跡を求めなさい。

【考え方】 軌跡の求め方 (◀詳細は、プリントNo.1 (3/8)「軌跡の求め方」の詳細を参照)

- 1 点 P の座標を (x, y) とおく。
- 2 x, y をそれぞれ a で表す。 *このような a を「媒介変数」という。
放物線の頂点についての条件は、標準形 $y = a(x - p)^2 + q$ の形にする。
- 3 a を消去して、 x, y の満たす方程式を導く。

[答 案]

- 1 点 P の座標を (x, y) とおく。
- 2 $y = x^2 - 2ax + 1$ を標準形になおすと、

$$y = x^2 - 2ax + a^2 - a^2 + 1$$

$$y = (x - a)^2 - a^2 + 1$$
 であるから、この放物線の頂点は $(a, -a^2 + 1)$ 。

このとき、点 $P(x, y)$ はこの放物線の頂点であるから、

$$x = a \quad \dots \text{①}$$

$$y = -a^2 + 1 \quad \dots \text{②}$$

- 3 ①を②に代入して a を消去すると、

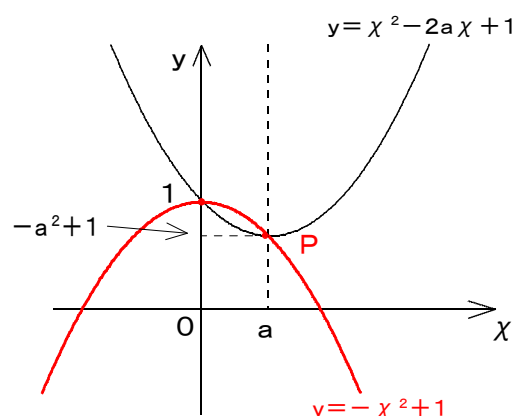
$$y = -x^2 + 1$$

* ④ (逆に、この放物線上のすべての点 $P(x, y)$ は、条件を満たす。)

▲ふつう、書かない。

- 5 したがって、求める軌跡は、

放物線 $y = -x^2 + 1$



■この例題の練習・応用問題は3題あり、これらは**数専ゼミの教室**で学習できます。