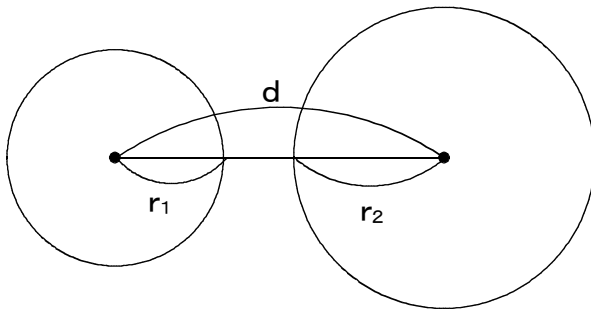


2円が接する場合

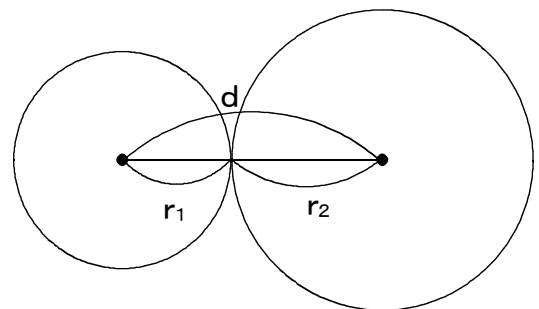
★知識の整理★

【1】2円の位置関係

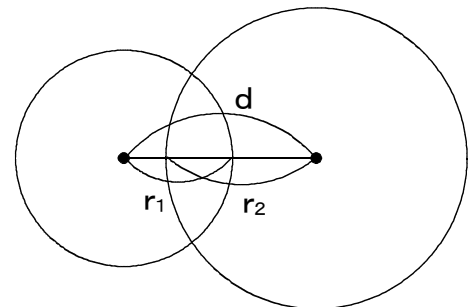
2つの円の半径を r_1 , r_2 , 2つの円の中心間の距離を d とすると, 2円の位置関係は, 次の5通りある。

① 離れている

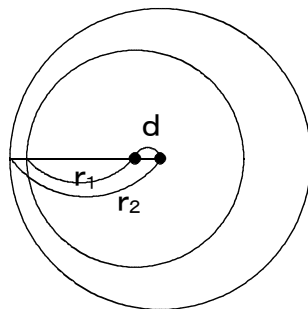
$$d > r_1 + r_2$$

② 外接する

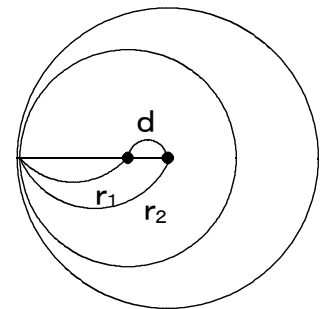
$$d = r_1 + r_2$$

③ 2点で交わる

$$|r_1 - r_2| < d < r_1 + r_2$$

⑤ 一方が他方の内部にある

$$d < |r_1 - r_2|$$

④ 内接する

$$d = |r_1 - r_2|$$

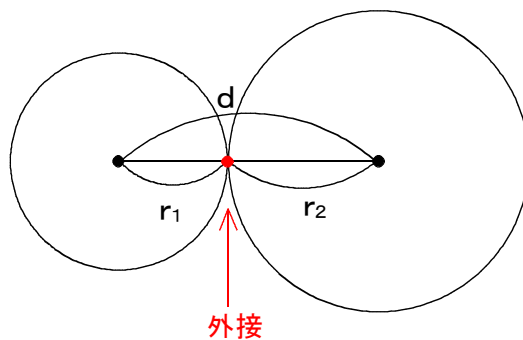
◇《2円が接する場合》**学力化** → /

★解法の技術★

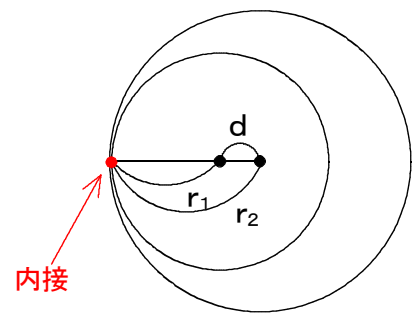
2つの円 $x^2 + y^2 = 1$ …①, $x^2 + y^2 + 6x + 8y + k = 0$ …②が接するとき、定数 k の値を求めよ。

【考え方】2つの円の半径を r_1, r_2 , 2つの円の中心間の距離を d とすると、

2つの円が接する $\begin{cases} \text{(i)} & \text{2円が外接する} \rightarrow d = r_1 + r_2 \\ \text{(ii)} & \text{2円が内接する} \rightarrow d = |r_1 - r_2| \end{cases}$



$d = r_1 + r_2$



$d = |r_1 - r_2|$

[答案] / ★★★★★ /

1 (2円の中心, 半径, 中心間の距離を定義する)

①は, 中心が原点 $(0, 0)$ で, 半径1の円を表す。

②は, 変形すると, $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 25 - k$ となるから, ,

中心が $(3, -4)$ で, 半径 $\sqrt{25 - k}$ の円を表す。ただし, $k < 25$ 。

* この2つの円の中心間の距離を d とすると、

$d = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$

◀三平方の定理

2 (2円が外接するときの k の値を求める)

◀上の【考え方】の外接の場合を想定すればよい。

(i) 2つの円が外接するとき、

中心間の距離 d が2つの円の半径の和に一致するから、

$5 = 1 + \sqrt{25 - k}$

$4 = \sqrt{25 - k}$ …③

両辺を2乗すると, $16 = 25 - k$

よって, $k = 9$

これは③を満たす。

◀ $\sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$

▲【注意】両辺を2乗しているから, 解が③を満たすかどうかを確認する!

$A = B \Rightarrow A^2 = B^2$ は成り立つが, $A^2 = B^2 \Rightarrow A = B$ は成り立たない。

□ □ 【円と直線 No. 16 (2/6)】 - 〈2枚目/2枚〉

➡ (前のページからのつづき)

③ (2円が内接するときのkの値を求める)

◀上の【考え方】の内接の場合を想定すればよい。

(ii) 2つの円が内接するとき、

中心間の距離dが2つの円の半径の差に一致するから、

$$5 = \sqrt{25-k} - 1$$

$$6 = \sqrt{25-k} \quad \dots \textcircled{4}$$

両辺を2乗すると、 $36 = 25 - k$ よって、 $k = -11$

これは④を満たす。

◀中心が(3, -4)の円の半径の方が長いから、絶対値を使わなくとも距離の差は求まる。

(絶対値をつけて計算しても、答は同じになる。)

→下記【注】を参照

$$\leftarrow \sqrt{25 - (-11)} = \sqrt{36} = 6$$

▲【注意】両辺を2乗しているから、解が④を満たすかどうかを確認する！

④ (答をまとめる)

(i), (ii)より、求めるkの値は、

$$\underline{k = 9, -11}$$

【注】 $5 = |\sqrt{25-k} - 1|$ より、

$$\sqrt{25-k} - 1 = \pm 5$$

(i) $\sqrt{25-k} - 1 = 5$ のとき、

$$\sqrt{25-k} = 6$$

$$25 - k = 36$$

$$k = -11$$

(ii) $\sqrt{25-k} - 1 = -5$ のとき、

$$\sqrt{25-k} = -4$$

$$25 - k = 16$$

$$k = 9$$

K = 9 のとき、

②の半径は $\sqrt{25-9} = 4$ となり、2円の中心間の距離は、 $4 - 1 = 3$

となり、問題に合わない。

■この例題の練習・応用問題は5題あり、これらは数専ゼミの教室で学習できます。