

20

## 第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

## 3 2次不等式の応用(その7)

(1/5) ■ 絶対値記号を含む2次方程式—実数解の個数 ■

## 絶対値記号を含む2次方程式—実数解の個数

◇ 《絶対値記号を含む2次方程式—実数解の個数》 学力化 →

## ★解法の技術★

方程式  $|x^2 - 2x - 3| = 2x + a$  ( $a$ は定数) の実数解の個数を求めよ。

【考え方】  $y = |x^2 - 2x - 3| - 2x$  と  $y = a$  とおいて、放物線と直線の位置関係を調べればよい。

[答 案]

① (文字定数を分離して、 $f(x) = a$ の形にする)

$$|x^2 - 2x - 3| = 2x + a \text{ から, } |x^2 - 2x - 3| - 2x = a$$

$$f(x) = |x^2 - 2x - 3| - 2x \text{ とおく。}$$

② (絶対値をはずし、 $f(x)$ を標準形にする)

(i)  $x^2 - 2x - 3 < 0$  のとき、  
つまり、 $(x+1)(x-3) < 0$  より、  
 $-1 < x < 3$  のとき、

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x^2 - 2x - 3) - 2x \\ &= -x^2 + 3 \end{aligned}$$

(ii)  $x^2 - 2x - 3 \geq 0$  のとき、  
つまり、 $(x+1)(x-3) \geq 0$  より、  
 $x \leq -1$ 、 $3 \leq x$  のとき、

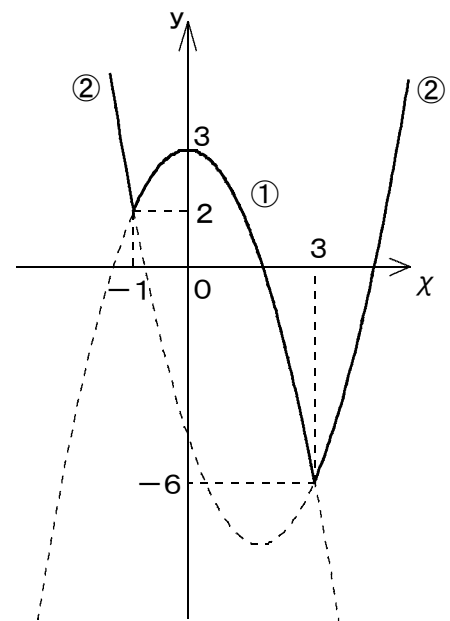
$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 2x - 3) - 2x \\ &= x^2 - 4x - 3 \\ &= x^2 - 4x + 4 - 4 - 3 \\ &= (x-2)^2 - 7 \end{aligned}$$

したがって、(i)、(ii)より、

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3 & (-1 < x < 3) \quad \dots \textcircled{1} \\ (x-2)^2 - 7 & (x \leq -1, 3 \leq x) \quad \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

③ ( $y = f(x)$ のグラフをかく)

$y = f(x)$ のグラフは右の図のようになる。



(次のページへつづく) →

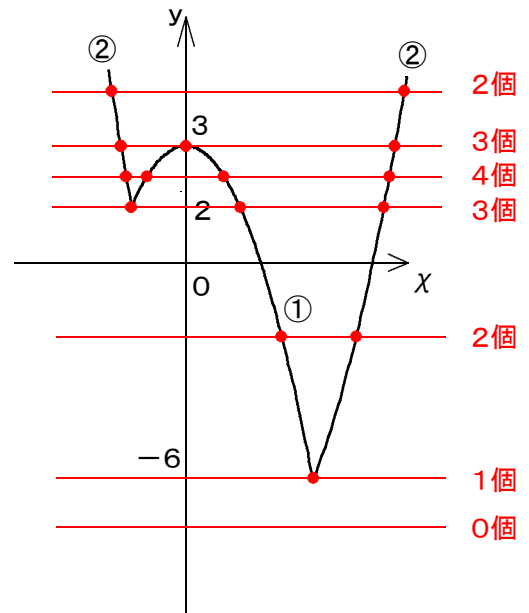
□ □ 【 2次関数と方程式・不等式 No. 20 (1/5) 】 - 〈2枚目/2枚〉

➡ (前のページからのつづき)

4 (放物線と直線に着目して実数解の個数を求める)

よって、求める実数解の個数は、  
 $y = f(x)$  と  $y = a$  のグラフの共有点の個数と  
 一致するので、グラフより、

$a < -6$	のとき	0個
$a = -6$	のとき	1個
$-6 < a < 2$	のとき	2個
$a = 2$	のとき	3個
$2 < a < 3$	のとき	4個
$a = 3$	のとき	3個
$a > 3$	のとき	2個



■この例題の練習・応用問題は4題あり、これらは数専ゼミの教室で学習できます。