１３

第２章　２次関数　３・２次関数と方程式・不等式

3　２次不等式の応用（その３）

（１／４）■　２次方程式の解の存在範囲(4)　■

２次方程式の解の存在範囲(4)―「ただ１つ」の問題

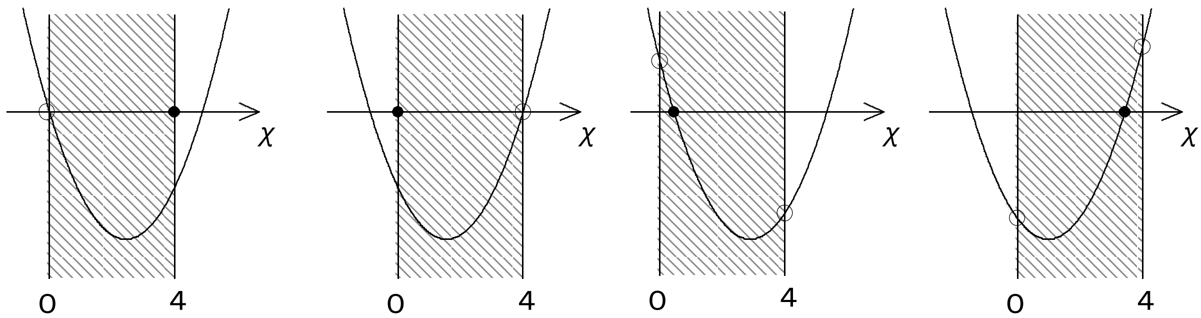
◇《２次方程式の解の存在範囲(4)－「ただ１つ」の問題》学力化➡　　／　，

★解法の技術★

２次方程式 $\chi^2-2a\chi+4a-9=0$ の異なる２つの実数解のうち，ただ１つが $0<\chi<4$ の範囲にあるような定数ａの値の範囲を求めよ。

【考え方】$0<\chi<4$ の範囲にただ１つの解がある場合とは，次の①～③の場合である。

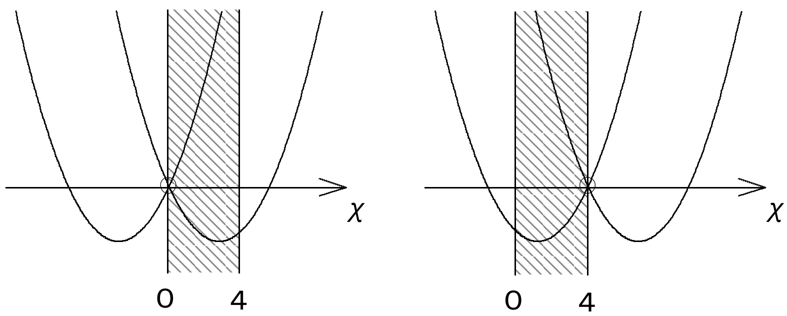
①　②　③　③'



$f(0)=0$ のとき　$f(4)=0$ のとき　$f(0)\cdot f(4)<0$ のとき　$f(0)\cdot f(4)<0$ のとき

【注】①，②の場合，次のように $0<\chi<4$ の範囲に解がない場合もあることに注意！

④　⑤



$f(0)=0$ のとき　$f(4)=0$ のとき

［答　　案］

0　（問題条件の変更）

$y=f(\chi)=\chi^2-2a\chi+4a-9$　とおく。

$f(0)=0^2-2a\cdot 0+4a-9=4a-9$

$f(4)=4^2-2a\cdot 4+4a-9=-4a+7$

（次のページへつづく）↗

【２次関数と方程式・不等式　No.１３（１／４）】 －〈２枚目／２枚〉

（前のページからのつづき）

1 （グラフが x 軸と交わるためのaの範囲を調べる）

（ｉ）・$f(0)=0$ のとき，ａの値は，$4a-9=0$ より，$a=\dfrac{9}{4}$

・このとき，$f(x)=0$ の解は，

$$x^2-2\cdot\frac{9}{4}x+4\cdot\frac{9}{4}-9=0$$
$$2x^2-9x+18-18=0$$
$$2x^2-9x=0$$
$$x(x-9)=0 \text{ より，} x=0,\ \frac{9}{2}$$

・よって，$f(x)=0$ は $0<x<4$ に解をもたないから，　◀【注】④の右のグラフの場合

$a=\dfrac{9}{4}$ は不適

（ii）・$f(4)=0$ のとき，ａの値は，$-4a+7=0$ より，$a=\dfrac{7}{4}$

・このとき，$f(x)=0$ の解は，

$$x^2-2\cdot\frac{7}{4}x+4\cdot\frac{7}{4}-9=0$$
$$2x^2-7x+14-18=0$$
$$2x^2-7x-4=0$$
$$(2x+1)(x-4)=0 \text{ より，} x=-\frac{1}{2},\ 4$$

・よって，$f(x)=0$ は $0<x<4$ に解をもたないから，　◀【注】⑤の左のグラフの場合

$a=-\dfrac{1}{2}$，４は不適

（iii）・$f(0)\cdot f(4)<0$ のとき，ａの値は，

$(4a-9)(-4a+7)<0$　◀パターン④の利用

$(4a-9)(4a-7)>0$　◀両辺×（－１）

$a<\dfrac{7}{4}$，$\dfrac{9}{4}<a$

2 （答をまとめる）

（ｉ），（ii），（iii）より，

求めるａの範囲は，$a<\dfrac{7}{4}$，$\dfrac{9}{4}<a$