12

第２章　２次関数　３・２次関数と方程式・不等式

3　２次不等式の応用（その３）

（１／４）■　２次方程式の解の存在範囲(3)　■

２次方程式の解の存在範囲(3)

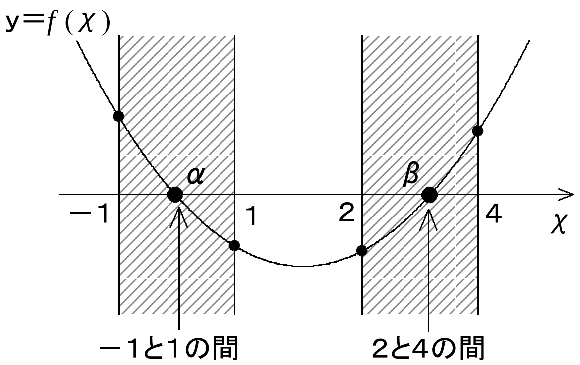
◇《２次方程式の解の存在範囲(3)》 学力化➡　　／　，

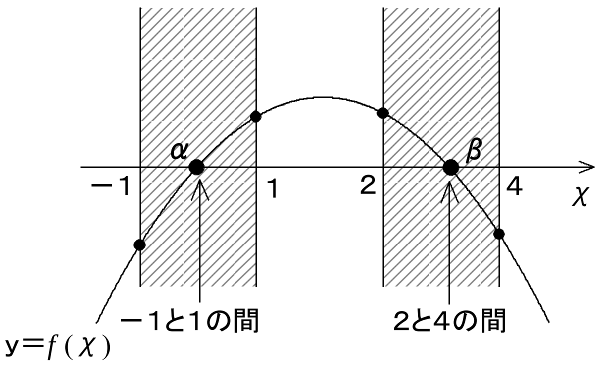
★解法の技術★

> ２次方程式　$a\chi^2-(a+1)\chi-3=0$　の１つの解が－１と１の間にあり，他の解が２と４の間にあるような定数ａの値の範囲を求めよ。

【考え方】 $y=f(\chi)=a\chi^2-(a+1)\chi-3$　とおくと，題意を満たすには，$f(\chi)$ のグラフは次の図のようになっていればよい。

ａ＞０の場合　　　　　　　　　　　ａ＜０の場合





つまり，グラフの凹凸に関係なく，

・$f(-1)$ と $f(1)$ が異符号より，$f(-1)\cdot f(1)<0$

・$f(2)$ と $f(4)$ が異符号より，$f(2)\cdot f(4)<0$

であればよい。

▲つまり，№／１０（１／７）のパターン④を２回使えばよい，ということである。

［答　案］

0　（問題条件の変更）

$y=f(\chi)=a\chi^2-(a+1)\chi-3$　とおく。

$f(\chi)$ は２次関数であるから，$a\neq 0$

1　（グラフがχ軸と交わるためのaの範囲を調べる）

$y=f(\chi)$ のグラフが－１と１の間と２と４の間で，それぞれχ軸と交わればよい。

（ｉ）　$y=f(\chi)$ のグラフが－１と１の間でχ軸と交わるためには，$f(-1)\cdot f(1)<0$ となればよい。

・$f(-1)=a\cdot(-1)^2-(a+1)\cdot(-1)-3=2a-2$

・$f(1)=a\cdot 1^2-(a+1)\cdot 1-3=-4$

より，$f(-1)\cdot f(1)=(2a-2)\cdot(-4)<0$

したがって，$a-1>0$ より，$a>1$　…①

（次のページへつづく）↗

□ □ 【２次関数と方程式・不等式　No. １２（１／４）】 ー〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

（ⅱ）　$y=f(\chi)$ のグラフが２と４の間で χ 軸と交わるためには，$f(2)\cdot f(4)<0$ となればよい。

・$f(2)=a\cdot 2^2-(a+1)\cdot 2-3=2a-5$

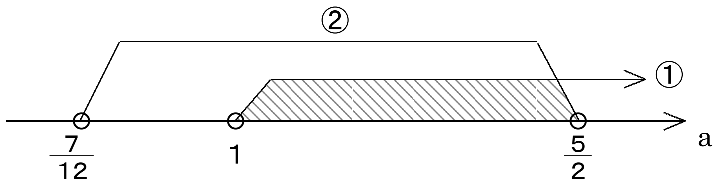
・$f(4)=a\cdot 4^2-(a+1)\cdot 4-3=12a-7$

より，$f(2)\cdot f(4)=(2a-5)\cdot(12a-7)<0$

したがって，$\frac{7}{12}<a<\frac{5}{2}$ より，$a>1$　…②

2　（答をまとめる）

①，②より，



◀aの範囲をビジュアル化

答え　$1<a<\frac{5}{2}$

これは $a\neq0$ を満たす。

◀答が問題の条件に合うことの確認。

【注意】上のように，$f(-1)\cdot f(1)<0$ かつ $f(2)\cdot f(4)<0$ であれば，必ず χ 軸と２つの共有点をもつから，これまでのような判別式や軸の位置は考える必要はない。

■この例題の練習・応用問題は5題あり，これらは**数専ゼミの教室**で学習できます。