

# 質の高い数学的思考力とは

## －「四角形」の概念形成プロセスを例として－

数専ゼミ | 数学教育研究所 |

### 四角形をめぐる諸問題

四角形には、  
四角形，台形，平行四辺形，ひし形，長方形，正方形  
の6種類があります。  
それぞれの定義を言いなさい。

また，それぞれの四角形について，  
・対角線の性質を述べなさい。  
・平方四辺形が長方形になるための条件を述べなさい。  
・平方四辺形がひし形になるための条件を述べなさい。

さらに，  
「四角形  $ABCD$  について， $AC = BD$  ならば，長方形である。」  
これは正しいといえますか。正しいと言えないときは反例を1つかきなさい。

四角形の諸性質の逆が正しいかどうかを問う問題です。

以上が，四角形の概念に関する指導目標となる諸問題です。

### 四角形の定義

下の6種類の四角形をみて，それぞれの四角形を定義しなさい。

- ① 四角形とは **4本の直線で囲まれた図形**
- ② 台形とは [ ] 四角形
- ③ 平行四辺形とは [ ] 四角形
- ④ ひし形とは [ ] 四角形
- ⑤ 長方形とは [ ] 四角形
- ⑥ 正方形とは [ ] 四角形

教科書では，①四角形と②台形は扱ってありません。

「特別な平行四辺形」という項目でくくり、  
四角形の体系としてではなく、平行四辺形の体系として学習させています。  
その意味で、教科書では「四角形」という概念は形成されません。

(参考文献は、平成24年版、東京書籍「新しい数学2」、学校図書「中学校数学2」)

だから、生徒のほとんどが定義を丸暗記しています。  
教科書では、定義はいろいろなページに別々に書かれており、また、それぞれの四角形の定義の相互関係が書かれていないから当然ですが…。

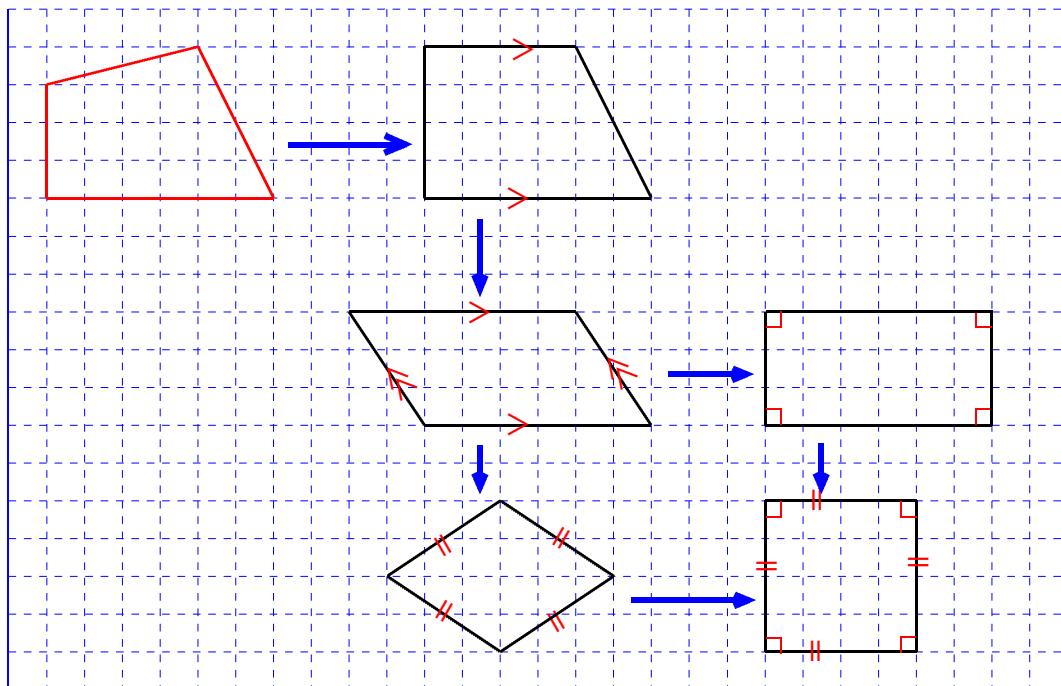
対角線の性質とか平行四辺形が長方形やひし形、正方形になるための条件などがでくると、もう混乱そのもので、定義などどこへいったのか分からなくなっています。そもそも何のために定義など必要なのかすら分かっていません。

さて、そういう現場の生徒を想定して、四角形の概念をどのように指導するかというのがこのレポートの第1のテーマとなります。

## 四角形の定義の指導

最初に、次のような図を与えます。  
四角形の概念の相互関係を図化したものです。

### ◇四角形の相互関係図



上の図で、赤い部分がそれぞれの四角形の定義のメルクマール（徴表）です。  
このメルクマールを生徒にゲシュタルトとして脳裏に焼き付けるだけで、定義を覚えることなく、必要なときにいつでも「言葉化」できるようになります。  
それぞれのメルクマールは四角形が特殊化する際の特長条件を表しているからです。

四角形の本質は、4つの直線の相互関係です。

この一般的関係が特殊化していくことで、5つの四角形の特殊形が生成されます。

1組の対辺が平行になることで、四角形は台形に特殊化します。

台形の平行でない対辺が平行になることで、台形は平行四辺形に特殊化します。

平行四辺形は4つの角の大きさが等しくなることで、長方形に特殊化します。

平行四辺形は4つの辺の長さが等しくなることで、ひし形に特殊化します。

長方形は、4つの辺の長さが等しくなることで、正方形に特殊化します。

ひし形は、4つの角が等しくなることで正方形に特殊化します。

この四角形の本質的関係の発展プロセス（＝特殊化プロセス）を、言葉ではなく、上の図で跡づけることで四角形という概念が形成されます。

ここでは、言葉の丸暗記は必要ありませんし、生徒は丸暗記しようとはしません。特殊化するときのメルクマール（徴表）を見ているだけです。

このようにして形成された生徒の知識のシステムは「思考力」として、その後の四角形の学習に動員されます。

## 対角線の性質の指導

対角線の性質の学習においては、

6つの四角形の個々ばらばらに覚えていたものが、ここで系統化されます。

一般と特殊の弁証法的な統一性から、”特殊形態は一般形態の特徴をすべてもつ”という性質を思考ルールとして生徒に使わせます。

つまり、図の矢印の前の性質は矢印の後の図形の中にもある、と覚えさせます。

だから、平行四辺形で対角線が互いの midpoint で交わるとき、平行四辺形の特殊形である長方形やひし形や正方形も対角線は互いの midpoint で交わるのです。

また、ひし形の対角線が垂直に交わるとき、その特殊形である正方形の対角線も垂直に交わるし、長方形の対角線が等しいので、その特殊形である正方形の対角線も等しいのです。

ここでも、暗記は必要ありません。

四角形概念の特殊化（＝発展）プロセスを追うことで対角線の特殊化として暗記を必要とすることなく、それぞれの四角形の対角線の性質を図から「言葉化」できるようになります。

これを「概念的思考」といいます。

これが「応用力」の正体です。

## ひし形になる条件の指導

- ・ 平行四辺形が長方形になるための条件を述べなさい。
- ・ 平行四辺形がひし形になるための条件を述べなさい。

という問題でも、この四角形の発展プロセスの概念(本質)を使って考えます。  
「一般的なものが特殊化されている」という思考法です。  
だから、一般の中に特殊化するべき条件をさがす方向へ思考は向かいます。  
一般の中にないものが特殊形に現れることが絶対にありませんから、視点は一つ上の図形の中に”あるもの”へと向かいます。

平行四辺形は、4つの辺の長さが等しくなるとひし形になる。

(4辺は平行四辺形の中にあり、2組が平行である。この性質はそのままひし形に引き継がれている。)

平行四辺形は、対角線が垂直に交わるとひし形になる。

(平行四辺形には対角線があり、それらは互いに中点で交わる。この性質はそのままひし形に引き継がれている。)

平行四辺形は、隣り合う辺の長さが等しくなるとひし形になる。

(平行四辺形には隣り合う辺があり、これが等しくなる=特殊化することでひし形に引き継がれる。)

このように、平行四辺形がひし形になるときは、すべて平行四辺形の中にあるものが特殊化しています。だから、べつに新たな条件を覚えることは必要なく、ただ平行四辺形をじっと見るだけで済みます。

## 質の高い数学的思考方法

このような思考方法を指導することで、丸暗記をしない、という消極的な意味ではなく、生徒に、対象の本質を使って問題を解く思考方法(質の高い数学的思考方法)を習得させることができます。

四角形の概念を形成する教材の紹介です。

応用力のある質の高い数学的思考方法を指導することができる教材です。

[● Link ▶ | 学習プリント: 図形の性質 No.15へ |](#)

(特別な平行四辺形は、No.15~No.20sまで学習します。)

[▲ To Top Page](#)