

応用力とは何か

－食塩水の濃度の問題を例として－

数専ゼミ | 数学教育研究所 |

好きな生徒はこよなく好きなんですけど、嫌いな人が実に多い方程式の文章題のお話からいきましょう。

今回は、食塩水の濃度の問題で、連立方程式の場合をとりあげます。

食塩水の濃度の問題は、方程式でも不等式でも関数でも理科でも出てきます。実にオーソドックスなテーマで、生徒は”必ず”勉強しなければなりません。

が、この問題は、実に多様な様相を呈しており、問題文の中に、「8%の食塩水と～」などの文脈を見つけると、もう構えてしまい、”どきどき”する生徒も出ます。頭が真っ白になる、とか脇の下に冷や汗が流れて…など、入試場面では実際にありえます。

そんな超難問を見られている食塩水の濃度の問題が、しかもどのジャンルであっても、たった1つの解法で解けると知ったら…

アリが砂糖に群がるように”わさわさ”と中学生が群がってくるんじゃないか、と夢想しながら、お話の本題に入ります。

食塩水の濃度の問題の型

ところで、解かなければならない食塩水の濃度の問題には、どんな種類があるのでしょうか。つまり、覚えるべき解法のパターンにはどんな種類があるのでしょうか。生徒のほとんどはそういうことは意識していません。教科書や問題集に出てきたらそれを解く、という学習しかしていません。

だから、自分が濃度のどんな問題が解けない、などという意識はなく、ただ食塩水の問題が解けない、と訴えてきます。

実は、食塩水の濃度の問題というのは、次に示すような3つの解法パターンしかありません。

- ①食塩水＋食塩水（一般型）
- ②食塩水＋食塩
- ③食塩水＋水，食塩水－水（蒸発の問題）

この3つの解法パターンのほかに、次のような合成型もありますが、これらは、単なる3つのパターンの組合せですので、解法の考え方は上の3つの域を出るわけではありません。

④ 3つ以上の食塩水や水を混ぜる問題

⑤ 一部を抜き取って混ぜる問題

食塩水の濃度の問題の一般的解法

これらのすべての型の問題を、1つの解法で解いてみます。

(具体的な問題を載せればいいのですが、文全体が長くなりますので省略しますが、学習したい人のために数専ゼミのホームページですべての型を紹介してあります。)

キーワードは“塩”です。食塩水の中に含まれている”塩化ナトリウム”です。”エン”ではありません。化学の好きな人のために…。

「食塩水の中に含まれてる塩の重さについての等式を作る」－これが食塩水の濃度のすべてのパターンの問題を解く一般的解法です。

もちろん、連立方程式の場合は、もう1本の等式が必要なわけですが、

「食塩水+食塩水=食塩水」が相棒というのが基本です。

基本ですから、基本でないものもあるわけで、あとはもちろん「食塩水の中に含まれてる塩の重さについての等式」以外にはありません。つまり、2本の食塩水についての等式を作る、ということです。

学習の順序としては、

まずこの一般的解法を、①の食塩水+食塩水の型の学習を通して学びます。

①の型がすべての食塩水の問題の本質を体現しており、具体的一般であるからです。

①の食塩水+食塩水が”一般”である理由を説明します。

水を0%の食塩水と見なすと、③食塩水+水は、①食塩水+食塩水（一般型）となります。

①食塩水+食塩水（一般型）

6%の食塩水と12%の食塩水をまぜて、10%の食塩水を300g作る。

$$x \times \frac{6}{100} + y \times \frac{12}{100} = 300 \times \frac{10}{100}$$

③食塩水+水

8%の食塩水と12%の食塩水をまぜて、水を60g加え、6%の食塩水を180g作る。

$$x \times \frac{8}{100} + y \times \frac{12}{100} + 60 \times \frac{0}{100} = 180 \times \frac{6}{100}$$

食塩の重さについての等式が全く同じ構造をもちます。

つまり、2つの解法である①食塩水+食塩水と③食塩水+水は、①食塩水+食塩水という一般型で統一されます。応用範囲が1つ広くなりました。応用力が広がったということです。応用力がついたと言ってもいいでしょう。

ところが、③食塩水+水を、①食塩水+食塩水とは別の型の問題とみなしている生徒は次のような間違いを引き起こします。

$$x \times \frac{8}{100} + y \times \frac{12}{100} + 60 = 180 \times \frac{6}{100}$$

「食塩水の中に含まれてる塩の重さについての等式を作る」という一般的解法を知っていないから（=応用力がないから）問題の特殊条件に振り回されます。

応用範囲をもう1つ広げます。

②食塩水+食塩で、食塩を100%の食塩水と見なすと、①食塩水+食塩水（一般型）となります。

①食塩水+食塩水（一般型）

6%の食塩水と12%の食塩水をまぜて、10%の食塩水を300g作る。

$$x \times \frac{6}{100} + y \times \frac{12}{100} = 300 \times \frac{10}{100}$$

②食塩水+食塩

4%の食塩水に食塩を加えて、20%の食塩水を960g作る。

$$x \times \frac{4}{100} + y \times \frac{100}{100} = 960 \times \frac{20}{100}$$

食塩の重さについての等式が全く同じ構造をもちます。

つまり、2つの解法である①食塩水+食塩水と②食塩水+食塩は、①食塩水+食塩水という一般型で統一されます。応用範囲がもう1つ広くなりました。

以上のことから、①、②、③の3つの解法のタイプの問題は、①食塩水+食塩水（一般型）の解法で解けることがわかります。

応用力の正体

濃度の問題を解くというのは、

濃度の公式を抽象的に覚え、それを個々の具体的な問題に適用していくという思考プロセスを取るのではなく、

この具体的一般の本質的関連を、別の個々の具体的な問題の中に見つけ出すという思考プロセスを取ります。

これが「応用力」の正体です。つまり、応用するときの思考の本質的動きです。

応用力を身につける

ところが、教科書や市販問題集で、この3つの解法のパターンを、この順ですべて並べて載せているものは皆無です（もし、あったら教えてほしいのですが…）。だから、濃度の問題では、基本的に3つの解法の型があり、しかもどの型も、①食塩水+食塩水の問題と見なすことで、1つの解法で解けるということを学ぶことができません。

数専ゼミの中学数学講座の問題配列を紹介します。

- No.30 食塩水の濃度の問題①<食塩水+食塩水（一般型）>
- No.31 食塩水の濃度の問題②<食塩水+食塩>
- No.32 食塩水の濃度の問題③<食塩水+水>、<食塩水-水（蒸発）>
- No.33 食塩水の濃度の問題④<食塩水+食塩水+食塩水>
- No.33s 一部を抜き取って混ぜる問題

この教材は、サンプルを数専ゼミのホームページで見ることができます。また、この教材を使って、山形・東原教室で指導を受けることもできますし、中学数学★通信教育で指導を受けることもできます。

[Link ▶ | 学習プリント: 連立方程式 No.30へ |](#)

生徒に、一般的思考力=応用力を習得させることに特化した学習計画です。この教材を繰り返し学習させると、どの生徒にも濃度についてのどのような難問をも解く力をつけてあげることができます。

超難問をどのように教えるか

超難問である「一部を抜き取って混ぜる問題」（開成高校の入試問題）を、上で紹介した一般的解法で生徒に教えたときの実況レポートがあります。

明治図書「数学教育」2012年（平成24年）3月号
数専ゼミ・数学教育研究所著

ここでは、どれだけ難しくとも、濃度の一般的解法で解けることを実証しております。興味のある方は一読下さい。

数専ゼミのホームページから閲覧できます。



[Link ▶ | 明治図書「数学教育」・掲載論文へ |](#)

[▲ To Top Page](#)