

「因数分解の公式の使い方」 の指導をめぐって

数専ゼミ | 数学教育研究所 |

どの公式を使うんだろう？

因数分解の混合問題です。

次の式を因数分解しなさい。

(1) $6x^2 + 3x$

(2) $(a - b)x + (a - b)$

(3) $x^2 + 5x + 6$

(4) $x^2 - 2x - 8$

(5) $x^2 + 8x + 16$

(6) $9x^2 - 30xy + 25y^2$

(7) $x^2 - 25$

(8) $4x^2 - 9y^2$

かなりの生徒は、式の形を見て、“なんとなく”公式を選んでいるようです。公式選択の統一した思考手順などもっていません。だから、

$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)(x + 4)$$

と書いて、平気で答案を出します。

$x^2 - 25$ や $4x^2 - 9y^2$ をにらんで、うなっております。

”どして、 x の項がないんだろう？印刷ミスかな？”

因数分解の公式の適用手順

共通因数を括り出すこと、3つの乗法公式の逆の利用、置きかえによる公式の利用…このへんまでが中学の因数分解です。（公立学校で…）

因数分解の困難さは、次の2つの次元で生ずるようです。

「共通因数+3つの公式」を使い分ける水準では…

(1) 与えられた多項式を見て、どの公式を使って因数分解するかの判別ができないこと。

参考書では、公式が羅列されているだけで、実際に問題を解くとき、どのような手順でこれらの公式を適用していくのかについての情報は書いてありません。

実は、この部分が一番難しいのであって、ここがいわゆる応用力の部分にあたるものなのです。

応用力とは抽象的な概念ではなく、

一般性をもった問題解法における具体的な操作手順

のことで

その操作手順はアルゴリズム的である必要はなく、ヒューリスティック的であっても十分のように思えます（生徒の様子を見ると…）。

因数分解のヒューリスティックス

生徒にヒューリスティックの手順を与えて、因数分解させる教材を開発してみました。このようなヒューリスティックの手順を使って問題を解くという訓練を受けていない生徒にとっては最初はとまどうようです。

しかし、上・下レベル（90点を超えられない生徒）にとっては、このありがたみがわかるようで、さかんにこのヒューリスティックを見ながら因数分解をしています。

90点を超えられないのはこの一般的思考法を身につけていないことが原因だから、これをもらえることはありがたいはずです。

この因数分解のヒューリスティックについては、この論考の最後に資料として掲載しておりますので、是非ご覧ください。

また、このヒューリスティックの使い方を指導する教材については、下に紹介しておきます。



[Link ▶ | 学習プリント: 多項式・No.23へ |](#)

生徒の困難の突破する知識

因数分解の困難さの2つ目は…

(2) 置きかえによる因数分解で-1を括り出すことで共通因数を作り出す操作。

この前提となる $(a + b)$ などの多項式を共通因数とみなすこと。

$$(1) (x + 3)^2 - 7(x + 3) + 10$$

$$(2) a^2 - (b - c)^2$$

因数分解の学習もこの辺のまでくると、問題をにらんでうなっている生徒が目立ち始めます。手も足もでないのですね。何をしたいのかわからないのです。

上のような形の式を”びんづめ”形と呼びます。()の中身が見えるからです。これを次のように()の中身を見えなくしてみます。

$$(1) (\blacksquare)^2 - 7(\blacksquare) + 10$$

$$(2) a^2 - (\blacksquare)^2$$

これを”かんづめ”形とよびます。

どうです。”かんづめ”にすると公式が見えますね。

これが「置き換え」の心理学的原理です。

こうしてあげると、生徒は”感動”します。

生徒の困難を一気に突破する知識は、生徒に限りない感動を与えます。

また、教師が”ああ、教師をしていてよかった”と感動する瞬間でもあります。等々…

この辺の事情については、「共通因数」の指導をめぐって(1), (2)で詳しく論じております。是非、一読下さい。

生徒と先生の幸せのために…(*^_^*)\



[Link](#) ▶ | [学習プリント:多項式・No.23へ](#) |

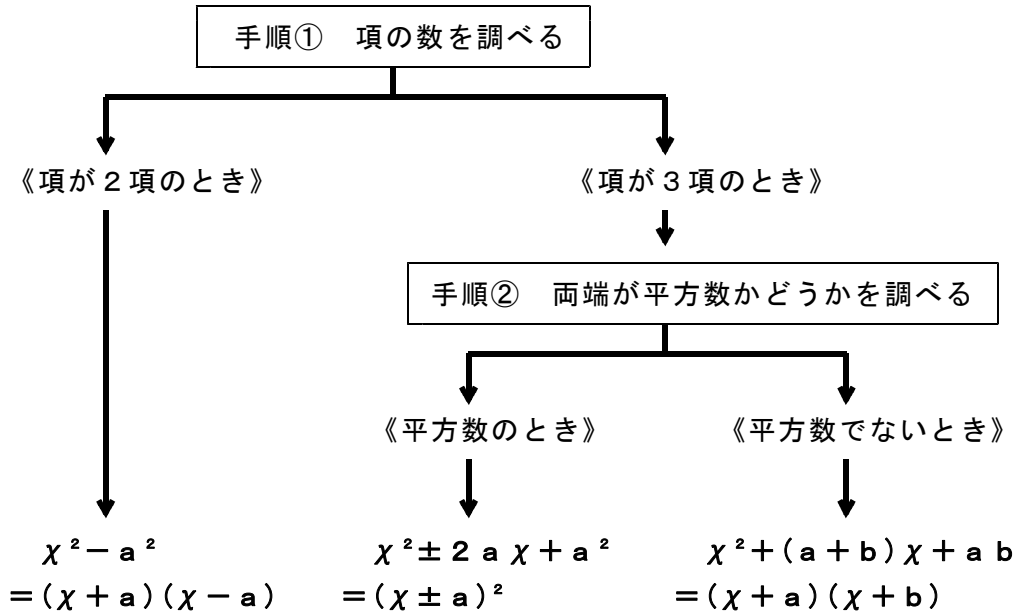
因数分解のヒューリスティクス

因数分解の手順

因数分解の問題を解くには、次の手順で考えを進めます。

【前提】 **共通因数**はくくり出しておく。

$$m a + m b = m (a + b)$$



【3】和と差の積

【2】平方公式

【1】2数の組合せを考える

(注)両端が平方数でも平方公式ではない場合がある。

まん中の項が

$$2 a x$$

になっているかどうかを調べること。

$$(例) x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$$

$$x^2 + 13x + 36 = (x + 4)(x + 9)$$

かけて 定数項
たして x の係数