

「共通因数」の指導をめぐって(1)

数専ゼミ | 数学教育研究所 |

生徒はこんな間違いをする (その1)

— 成功体験が間違いを誘発する —

$$(1) a^2 b^3 - a b^4 = a b (a b^2 - b^3)$$

$$(2) 10x^3 + 5x^2 = 5x(2x^2 + x)$$

この問題の前には、次の2題をやっています。

$$a^2 b + a b^2 = a b (a + b)$$

$$15x + 20xy^2 = 5x(3 + 4y^2)$$

正解です。

この段階では、共通因数を割り出すという操作を、見た目でも共通な文字を”抜き出す”というイメージで理解しているにすぎないと思われます。習得している知識が抽象的であるわけです。しかし、この抽象的知識が成功体験と結びくと、自信をもって…

$$(1) a^2 b^3 - a b^4 = a b (a b^2 - b^3)$$

$$(2) 10x^3 + 5x^2 = 5x(2x^2 + x)$$

となるわけです。

因数分解に本質的なことは共通因数で”割り出す”ということ(分配法則の逆)ですから、()の中に共通因数が残っていれば、変だと思わなければならないはずですが。

思考プロセスに欠陥があるといえます。これは意識的に矯正させないと同じ間違いを何度も繰り返します。

思考プロセスの矯正指導例

そこで、次のような思考プロセスを形成する指導をします。

[考える手順]

- 1 共通因数を分離した形にする
- 2 共通因数を()の外に割り出す

[答 案]

$$\begin{aligned} & a^2 b^3 - a b^4 \\ &= \underline{a b^3} \times a - \underline{a b^3} \times b \\ &= \underline{a b^3} (a - b) \quad * () \text{の中には商が残ります。} \end{aligned}$$

生徒はこんな間違いをする (その2)

－ 1 の処理はむずかしい－

- (1) $(a - b)x + (a - b) = a - b(x + 1)$
- (2) $ac + bc + a + b = c(a + b) + (a + b)$
- (3) $-x + y - p(x - y) = \dots ! ?$

いずれも共通因数 1 が隠れている問題です (この問題については、後で詳論します)。また、答が因数分解の形になっていないにもかかわらず、この答で答案を提出します。1 が見えないからどうしていいかわからないものと思えます。

(2) や (3) の問題は、2 回共通因数を出さなければならないので、かなり難しく、殊に (3) については上のようの方針すら立たず、お手上げで答案を提出する生徒がけっこう出ます。

共通因数の問題のタイプ

共通の因数を () の前に出すだけじゃないか、とたかをくくっていた生徒もこの辺になってくると青くなります。

では、いったい共通因数を出す問題とはどんなタイプがあるのでしょうか。

解けるとか解けないを論ずる前に、その解かなければならない問題の種類を特定しておく必要があります。

かなり詳しい分析が必要になりますので、この問題については、次回に述べることにします。

共通因数の学習教材を紹介します。

No. 19では基本的なものを学習します。

No. 19sで、かなり高度なものまでやります。

(公立では、ここまでやる必要はないかもしれません。)



[Link ▶](#) | [学習プリント:多項式・No.19へ](#) |