「平方公式」の指導をめぐって

$(\chi - a)^2 = \chi^2 - 2a\chi + a^2$ を平方公式といいます。

ごくふつうの，何の変哲もない展開公式のように見えますが，実際に授業の中でこの問題をやらせると，信じられないような答案が返ってきます。
しかも，それらの答案はすべて理路整然とした理由をもっているところにこの問題の指導の難しさがあるように思えます（指導法の反省が必要という意味で）。
まずは，多くの生徒達にふつうに見られる間違いの例から。

生徒はこんな間違いをする

(1)　$(\chi y - 50z)^2 = \chi y^2 - 100\chi yz + 250z^2$
(2)　$(5a - 2)^2 = 5a^2 - 20a - 4$
(3)　$(-\chi - 3)^2 = \chi^2 - 6\chi + 9$
(4)　$(-2y - 5b)^2 = 4y^2 + 20y + 25b^2$
(5)　$(3\chi - y)^2 = 9\chi^2 - y^2 - 6\chi y$

算数レベルの間違い

まず，ベーシックな間違いから。

平方公式とは関係のない部分での間違いもけっこうあります。
(1)　$(\chi y - 50z)^2 = \chi y^2 - 100\chi yz + 250z^2$
　　＊単なる５０×５０＝２５００の間違いです。
$(30m + n)^2 = 90m^2 + 60mn + n^2$

小数の２乗になると間違いがぐっと増えます。殊に，真小数の２乗の場合…
$(0.02)^2 = 0.04$，　$(0.01)^2 = 0.01$ など…

このような間違いをする生徒は，不注意ではなく，小数点の打ち方についての正しい思考プロセスが形成されていないことが原因ですから，計算プロセスを１ステップずつ正しいものに矯正していく必要があります。ドリルをやらせて”はいおしまい”では，何回も同じ間違いを繰り返します。

平方公式の意味がわかっていない!

(2) $(5a-2)^2=5a^2-20a-4$

公式を使わないで展開してみます。

$(5a-2)(5a-2)$

$=5a\times5a+5a\times(-2)+5a\times(-2)+(-2)\times(-2)$

$=25a^2-20a+4$

この式を展開すると$5a^2$とか-4などの項は出てこないことがわかります。
平方公式，そのものの意味を理解していないためにこのような間違いをします。
同様の間違い例の紹介です。

(1) $(\chi y-50z)^2=\chi y^2-100\chi yz+250z^2$

$(ab-cd)^2=ab^2-2abcd+cd^2$

(5) $(3\chi-y)^2=9\chi^2-y^2-6\chi y$

これなどは，もうはなから公式を無視しています。問題外の間違いです。
このような手順の展開式を覚えてしまうと，あとで因数分解が困難になります。
展開ができればいいのではなく，応用のきく知識としてストックしておかなければなりません。

平方公式・差の平方の一般的思考プロセス

現象的には，平方公式（差の平方の場合）というのは次のような手順で展開することになります。

①前項を２乗した式を書く。
②引くの記号（－）を書く。
　記号－は「引く」であって，マイナスではないことに注意。
　だから，後項は－の記号の影響を受けないので「絶対値」になります。
③前項と後項の積を２倍した積を書く。
　（前項が負の数のときは，マイナスを引くことになるから＋に変わる）

▲ To Top Page

④たすの記号（＋）を書く。
⑤後項を２乗した式を書く。

公式は使えるようになる前に「作れるようになっておく」必要があります。
しかも，教科書にあるような特殊＝抽象的な形ではなく，一般＝具体的な形で，繰り返し平方公式の展開の練習をさせる必要があります。

一般＝具体的な形というのは，例えば，次のような形の式をいいます。

$(3\chi-2y)^2$

$(0.3\chi-0.2y)^2$

この２つの式を，上で紹介したような思考プロセスを意識しながら，繰り返し展開する練習をさせるといいかと思います。

前項が負の場合の処理は小難しい!

(3) $(-\chi-3)^2=\chi^2-6\chi+9$

(4) $(-2y-5b)^2=4y^2+20y+25b^2$

このタイプの問題は，少し賢いくらいでは処理できないようで，かなりの生徒が間違います。主たる間違いは，真ん中の項の符号や式の形です。
しかし，上にあげた一般的な思考プロセスにしたがって展開するならば，これらの困難が吸収され，だれでもすんなりと正解できるようになります。
実際に，やってみましょう。

(2) $(-\chi-3)^2=$

$=(-\chi)^2-2(-\chi)(3)+(3)^2$　◀この式(思考プロセス)を書かせることが重要！

$=\chi^2+6\chi+9$

(4) $(-2y-5b)^2$

$=(-2y)^2-2(-2y)(5b)+(5b)^2$

$=4y^2+20by+25b^2$

指導上で大切なことは，公式を抽象的な式で与えるのではなく，一般的な具体例を使って，展開するアルゴリズムを練習させ，”手”に覚えさせるということです。

▲ To Top Page

平方公式の思考プロセスをドリルする教材

この思考プロセスをドリルするための教材を紹介します。

● Link ▶ | 学習プリント：多項式・№９へ |