

「鉄橋の問題」の指導をめぐって

数専ゼミ | 数学教育研究所 |

鉄橋の問題とは

一定の速さで走っている列車があり、この列車が250mの鉄橋を渡りはじめてから渡り終るまでに25秒かかり、1070mのトンネルを通過するとき、まったくかくれていたのは35秒間であったという。この列車の速さを毎秒 x m、列車の長さを y mとして、 x 、 y の値を求めなさい。

「鉄橋、トンネル、 x 、 y …求めなさい」

こういう文字を見るだけで、とどきどきし、頭の中が真っ白になる生徒がけっこういます。

「速さ」という文字を見るだけで拒否反応を示す生徒すらいます。(*^_^*)
小学校から苦しめられてきた単元です。

よ〜く、わかりますが…。

「は・じ・き」などというものをふりまわして「解決」しようとするからますます分からなくなるのですよ…！

きょうは、分からない生徒もたまげて、思わず分かるようになること必定の連立方程式・文章題「鉄橋の問題」の問題の指導法と教材を紹介してみました。

鉄橋の問題の3つの解法パターン

— 動点問題としての視点から —

動点問題の典型は1次関数や2次関数の「動点と面積」の問題ですが…
方程式にも動点問題に似た問題があります。

鉄橋，あるいはトンネルの問題です。

似ているというのは解法の類似点をいいます。

関数の動点問題は，条件にあう変域で点を止めます。

そこで，あたかも固定した図形のようにして面積や体積を x を使って表現する，ということに解法の鍵があります。

動点問題としての鉄橋の問題（方程式）の特殊性は

鉄橋と列車との位置関係により，列車の走行距離が変わる，ということにあります。それに応じて，たし算であったりひき算であったり，あるいはなにもしなかったりします。

鉄橋の問題は，鉄橋と列車との位置関係により，次のような3種類の問題に分類できます。

- (1) 列車が鉄橋に入り始めてから，渡りきるまでの問題
- (2) 列車が鉄橋の上にいるときだけの問題。
- (3) 列車が鉄橋を渡り始めてから鉄橋をでる瞬間までの問題

それぞれの問題では，列車の移動する距離の計算方法が異なります。

列車の長さ（線分）に目が張り付いている間は，これらの列車の走行距離は見えてきません。

鉄橋の問題の一般的解法

－3タイプに共通する問題の解き方－

列車の長さ（線分）が2次元の量だから，その軌跡を追うことがきわめて困難であることが原因です。

そこで，列車の走行を1次元の量である点に還元して認識したらどうかという発想が生まれます。

線や面など2次元の量は，1次元の量の比べて認識しにくいことは明かです。

だから，2次元の量を1次元の量に還元して考えると，数学が苦手な生徒でも容易に理解できます。

つまり，「列車の先頭の1点に注目せよ」ということです。

例えば、(1)の条件下では、

列車が鉄橋に入り始めてから、渡りきるまで、列車の先頭の点がどこからどこまで動くかを押さえることです。

これは列車という線（2次元量）ではなく、点（1次元量）の軌跡を追っていることを意味します。

この技法は、平面図形における線の軌跡の面積を求める問題では、すごい威力を発揮しますが、それはまた後に論ずることになると思います…

（すごい威力というのは、分からない生徒もたまげて分かるようになるということです。）

どの単元の軌跡の問題にしても、面や線の軌跡を直感で理解することができるのは、ほんの一部の生徒にすぎず、大多数の生徒には無理な話です。

鉄橋の問題の具体的な指導方法

そこで、指導する側としては、

「動かしてみると～になるでしょ？わかりますね。」などとたわけたことをいわず、面や線の移動を点の移動としてとらえなおして考える技術を授けてあげなければなりません。

☆

このような指導のプロセスの一例をあげてみました。

鉄橋の問題です。

鉄橋の問題一般で説明します。算数、方程式、連立方程式、1次関数、2次方程式、2次関数等々、すべての鉄橋の問題で使える一般的解法のことです。

連立方程式の問題は別ファイルで後で紹介します。

240mの長さの列車が、時速90kmで2010mの鉄橋を渡りはじめてから渡り終るまで何秒かかりますか。

【考え方】

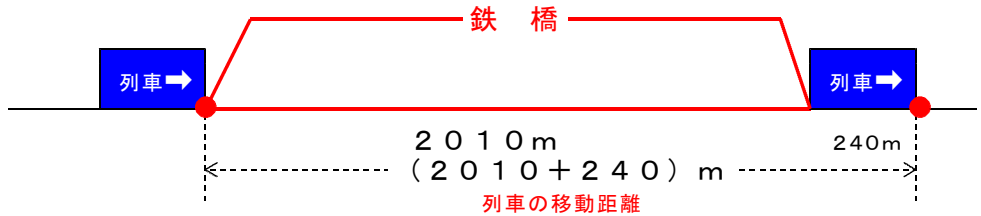
動く問題では、面に注目すると全体の状況を把握できなくなります。

動く問題では、必ず1点に注目して、考えを進めます。

この問題では、列車の一番前の点に注目します。

時間を求める問題ですから、速さと距離がわかれば答を出せます。

問題の条件を、次のように図示します。



[答 案]

- ・ 速さは問題で与えられていて、90km/時です。
単位をmにそろえます。

$$\begin{aligned} 90 \text{ km/時} &= 90 \times 1000 \text{ m/時} \\ &= 90000 \text{ m/時} \quad \dots \text{①} \end{aligned}$$

- ・ さて、列車が動く距離ですが、
⇒ここが鉄橋の問題を解くときの鍵になる部分です。
列車が鉄橋を渡りきるためには、赤い点は「鉄橋の長さ+列車の長さ」を動かさなければなりません。

つまり、距離は(2010 + 240) mということになります。…②

- ・ ①と②より、列車が鉄橋を渡りきる時間は、次の式で求めることができます。

$$(2010 + 240) \text{ m} \div 90000 \text{ m/時} = 0.025 \text{ 時}$$

時の単位を秒になおします。

$$0.025 \text{ 時} = 0.025 \times 3600 \text{ 秒} = 90 \text{ 秒}$$

答 90秒

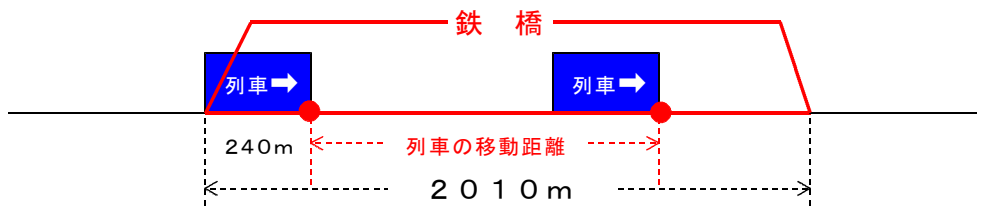
☆

これは、列車が鉄橋を渡り始めてから渡り終わるまでの問題ですが、次の2種類の問題では、さらに条件が複雑で、上の問題が解けたからといってさりと解けるとは限りません。

。

(2) 列車が鉄橋の上にいるときだけの問題

問題の条件を図示してみます。



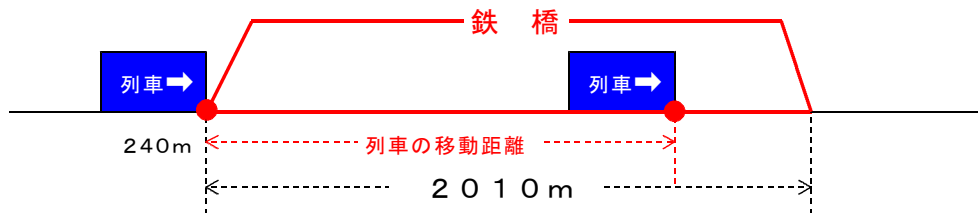
走行距離が「鉄橋の長さ-列車の長さ」となる問題で、この列車の長さをひくと

いう状況がつかめない生徒がかなりいます。

しかし、上のような図をかいて、列車の先頭の1点に注目させ、その動きを追わせると納得できるようです。

(3) 列車が鉄橋を渡り始めてから鉄橋を渡る瞬間までの問題

問題の条件を図示してみます。



このタイプの問題では、走行距離は列車の移動した距離そのもので、鉄橋の長さや列車の長さには無関係なのですが、変に列車の長さがどうのこうのという使う必要のない攪乱条件が与えられるとおどおどする生徒が出ます、等々。

鉄橋の問題は、与えられた条件に応じて、鉄橋の長さに列車の長さをたしたり、ひくたり、無視したりしなければなりません。こうした多用な条件設定が、生徒を混乱に陥れています。

鉄橋の問題の学習教材

だから、これらの攪乱的条件に左右されないで鉄橋の問題を解決できる一般的な考え方を生徒に与えてあげる必要があります。

線や面の動きは、点の動きとして追うという思考方法です。

(これもきわめて基礎的で応用範囲の広い一般的な思考技術です。基礎的ということは、数学的能力の重要な構成部分であるということの意味します。)

このようなことを考慮して、連立方程式の「鉄橋の問題」を解く学習プログラムを作成してみました。

