

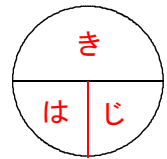
# 「はじき」はすてろ!

## — 連立方程式文章題 (速さの問題) —

数専ゼミ | 数学教育研究所 |

### は・じ・き

「は×じ=き」というのだそうです。  
速さの公式の絵文字みたいなものです。



しかし、この絵文字を使って速さの問題を解くことは、教育的に見て、どうもおかしいのではないかと思います。少なくとも、次の3点での問題点を指摘できます。

- (1) 速さの一部の問題でしか利用できない。
- (2) 濃度、密度、利率、生産高、収穫度等々、  
単位当たり量の文章題を解くときに、  
そのつど公式の絵文字を作っていく必要がある。  
これは混乱そのものであり、不可能である。
- (3) 「は・じ・き」の図は速さの本質を何も表していない。  
だから、「は・じ・き」は、非本質的なものの機械的適用によって  
問題を解決しようという思考方法である。  
これは、数学的に考えようとする思考方法の習得を阻害する。

これらのことを考慮すると、  
「は・じ・き」は使っても、使わなくともいいのではなく、  
決して使ってはいけないと思えます。

批判は簡単です。

しかし、批判は生徒には何も与えません。  
あいかわらず「は・じ・き」を使い続けるでしょう。  
だから、「は・じ・き」に代わって、  
「は・じ・き」以上の威力をもって速さの問題を解くことのできるツールを

生徒に与えてあげなければなりません。

「は・じ・きは捨てる！」が警告です。



速さの文章題の解き方をめぐる指導上の諸問題です。

まず、その前に

「は・じ・き」は捨てる！

何のことですって？

## 「はじき」の限界

方程式の復習から

A村からB村まで、行きは毎時5kmの速さ、帰りは毎時4kmの速さで往復し、9時間かかりました。A村とB村との距離を求めなさい。

上のような問題を見ると生徒はただちに右のような図をプリントのあいているところにメモします。

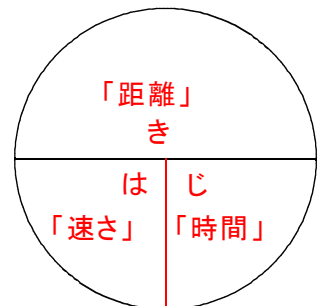
「は・じ・き」という図です。

「は×じ=き」

という意味らしいのですが…。

学校で教えるらしいのです。

「便利な道具として…」



こんなもの教えていいのだろうか？

という疑問から、このこの問題を検討してみました。

この図を使って速さの問題を解くと、どうなるか。

実際の生徒の反応から分析してみます。

### 【1】

次のような問題を課してみました。

2kmを4分で進むバスの時速を求めなさい。

いくつかの答案です。（どういうわけか、生徒は式に単位を入れません。）

①  $2 \div 4 = 0.5$       答 0.5 km

時速とか分速とかは無視して、「は・じ・き」を使うことだけに思考が向いています。「は・じ・き」がうまく使えたことで満足しています。

②  $4 \div 2 = 2$       答 2 km

これは問題外です。小学生に多い答案です。  
わりきれないことへの不安がこのような式を立てさせるものと考えられます。  
速さを求めるにはわり算という先入観が無条件で頭の中にあります。

③  $4 \div 2 = 2$      $2 \times 60 = 120$  km    答 120 km

②と同じですが、分速を意識しているところが変に賢いです。  
どこかで痛い目にあっているのでしょう。

④  $2 \div 4 = 0.5$      $0.5 \times 60 = 30$     答 30 km

分速を求めるときに「は・じ・き」を使っているかどうかは不明です。  
しかし、 $0.5 \times 60 = 30$ については、生徒は次のように説明しています。  
「1分当たり0.5 kmの割合で進むと、60分（=1時間）ではその60倍進むから $0.5 \times 60 = 30$ で、1時間に30 km進む。だから時速30 km」  
ここでは、「は・じ・き」は使っていません。

このことから、「は・じ・き」を使って解けるのは、速さのほんの一部の問題にすぎないことがわかります。

例えば、次のような速さの問題では、「は・じ・き」はまったく無力です。

ある列車が、1260 mの鉄橋を渡りはじめてから渡り終るまでに60秒かかった。

また、この列車が、2010 mのトンネルに入り始めてから出てしまうまでに90秒かかった。

この列車の長さ、時速を求めなさい。

だから、「は・じ・き」は応用範囲が狭く、知っているからといって数学的な力になることのない知識です。

## 【2】

「は・じ・き」という考え方が問題となるのは、そういう表層的なことではなく、「は・じ・き」を使って問題を解こうとする思考方法です。

例えば、「は・じ・き」に準じた図は、およそ単位当たり量の存在する問題ではすべて作ることができます。作ろうと思えば…。

濃度、密度、利率、収穫度、生産高、等々…

「は・じ・き」を使って問題を解こうとする思考方法は、これらの諸問題にもすべて「は・じ・き」に準ずる図を作り、それを使って問題を解こうということに通じます。

もちろん、そんなことは不可能なことですし、実際、そんなことをしなくともこれらの問題は解くことができますが。

「は・じ・き」的思考方法の限界がこの辺にあります。

少し賢い生徒は、真剣に個々の単位当たり量の問題で「は・じ・き」を作ろうとします。

濃度、密度、利率、収穫度、生産高、等々と問題をあびせかけると途中で投げ出しますが…。

### 【3】

「は・じ・き」は、「速さ」という概念に関しては何も述べてはいません。つまり、「は・じ・き」を使って問題を解くという思考は、概念的思考ではないということです。

速さの本質を理解しない思考ですから、応用がききません。

このように非本質的なものを使って考えようとする思考方法は数学的な思考方法を育てるのに害を及ぼします。

本質に目を向けようとはしないから複雑な現象を処理する思考が進みません。だから、いつまでたっても少し条件が入り組んだ問題は解くことができません。

だから、「は・じ・き」は、使っても、使わなくともいいのではなく、決して使ってはいけないのです。

「は・じ・き」を使うことは、考えることを放棄することと同じことなのです。

## 「速さ」のシェーマ

では、「は・じ・き」を使うことなく、「速さ」の概念をどう指導するか。

つまり、対案を提示しないとここまでの分析が空論に終わります。

ここからが指導論になります。

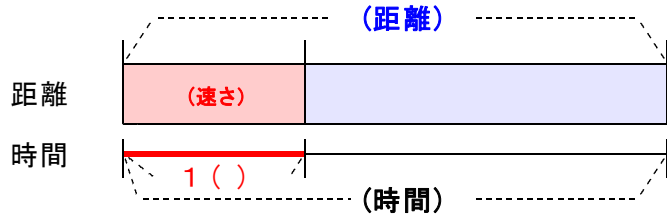
次のような図を使います。

これは、「速さ」という概念をシェーマとして結晶させたもので、同じ図でも「は・じ・き」とは雲泥の差があります。

説明しましょう。

速さとは単位時間あたりに進む距離のことです。

つまり、速さとは距離のことで、特別な距離を表します。



テープは道路をイメージします。

線分図は時計をイメージします。

赤い部分が単位時間あたりに進む距離、つまり速さです。

この図では、速さという概念が映像として具体的にイメージできます。

- ・ 速さをいくつか集めると距離になる。  $速さ \times 時間 = 距離$
- ・ 時間は速さがいくつ分入っているかを表す。だから、  $距離 \div 速さ = 時間$
- ・ 速さは1単位時間あたりの距離のことだから、  $距離 \div 時間 = 速さ$

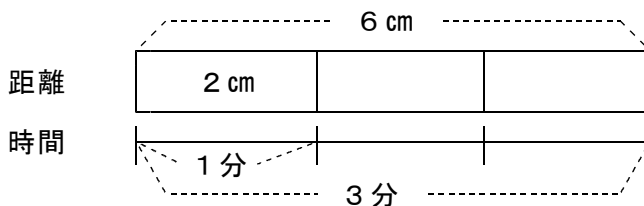
このように、速さと時間と距離の関係が映像から読みとれます。

公式は覚える必要はありません。

公式は使うときに自分で作ればいいのです。

## 「速さ」のシェーマの使い方 —公式を使わない速さの問題の解き方—

生徒にこの3つの量の関係をイメージとしておさえさせるのにカタツムリを使います。



**カタツムリが分速2cmで3分進むと6cm進む。**

この文の中には、速さと時間と距離の関係がすべて入っています。

図は、**2 cm / 分が3分ぶんで6 cm** とイメージします。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{速さは } 6 \text{ cm} \div 3 \text{ 分} = 2 \text{ cm} / \text{分} \\ \text{距離は } 2 \text{ cm} / \text{分} \times 3 = 6 \text{ cm} \\ \text{時間は } 6 \text{ cm} \div 2 \text{ cm} / \text{分} = 3 \text{ 分} \end{array} \right.$$

と、公式を使うことなく、速さ、距離、時間を求めることができます。

## 概念的思考

### 一応用力の心理学的ツール

こうしたイメージを使った思考ができるようにして、これを方程式、連立方程式、関数へ応用していきます。

概念を使い、本質を見ながら立式する能力が身に付きます。

これを **概念的思考** といいます。

具体的にはどうするか。

連立方程式の速さに関する教材を紹介しましょう。



[Link ▶ | 学習プリント: 連立方程式・No.24へ |](#)