「単位量当たりの量」の指導をめぐって

ーシェーマ（水そう図）を教えるー

◀●■　プロローグ　■●▶

２０円で５分間遊ぶことのできるゲームがあります。 １円では何分間遊ぶことができますか。

２０÷５＝４　答　４分間

まさか！

とお思いになるでしょうが，けっこうこのように答える生徒はいるのですよ。

そんなことないだろう，と思っている先生！
次のような問題ではどうですか。

χ km進むのにｙ分かかりました。１km進むのに何分かかりましたか。

χ ÷ｙ（分）ではないですよ。
ｙ÷ χ（分）とかろうじてついてきた生徒に，最後のハードル。

ａkm進むのにｂ分かかりました。ｃ分では何km進むことができますか。

この問題をクリアしてはじめて，文字式の力は本物です。

これらは，単位量当たりの量（内容量）の３用法に関する問題です。
迷答，珍答…信じられない世界が広がります。

生徒をこうした迷い道に追い込まないための指導方法，
そしてその理論を具体的に実践する教材を紹介します。

現場で，今すぐ使えます。

◀●■　本　論　■●▶

２０ｍ^{2}の庭に５Ｌの水をまきます。１ｍ^{2}当たり何Ｌの水をまいたことになりますか。

２０÷５＝４　答　４Ｌ

面積をまいて，どうするの？

いつもの通り，生徒は式に単位を入れません。
学校で，このようにしてもよいことになっているらしいのです。
だから，自分が求めているものが何であるのか，まるでわかっていません。

ここで，何とか　５÷２０＝０．２５　答　０．２５Ｌ
とふんばれた生徒も…

$8\frac{2}{3}$分間に$2\frac{1}{5}$km進む自転車は，１km進むのに何分かかりますか。

となると，

$8\frac{2}{3} \div 2\frac{1}{5} = \cdots ?$　　$2\frac{1}{5} \div 8\frac{2}{3} = \cdots ?$

と苦悶しだします。
少し賢い生徒は，「分速を出すのだから　$2\frac{1}{5} \div 8\frac{2}{3}$に決まっているよ。」
と涼しい顔して言い張ります。

どこが分速なの！

まるで分かっていません。
速さの問題は分速や時速を求めるものと決めてかかっています。
人口密度を「面積÷人口」で求めようとするのもこの手の生徒です。

ここまでは，小学６年生の話ですが…
話ですが…そうでもないようで
中学１年生，いや中学３年生の教室でもありそうな話です…(*^_^*)＼

文字式の話でした。
文字の世界となると事態はいよいよ深刻です。

Ａ：χkm進むのにｙ分かかりました。１km進むのに何分かかりましたか。

$\chi \div y = \frac{\chi}{y}$　答　$\frac{\chi}{y}$分

「文字式はアルファベット順に」と素朴に信じている素直な生徒の解答です。
ｙ÷χと書くことはかなり勇気のいることです。

ｙ÷χと書いた生徒も，
ｙ÷χで何が出てくるのだろう，などという高級なことは考えません。
ただ，何となくχ÷ｙではなさそうだ，くらいの根拠です。

だから，次のような問題では，うろたえます。

Ｂ：ａkm進むのにｂ分かかりました。ｃ分では何km進むことができますか。

何人の生徒が正解できるのでしょう？
このＢの問題はＡの問題と連続して解かせるところに意味があります。
このＢの問題はＡの問題とは考え方がまったく逆になるとことが見抜けるかどうかということです。
ほんとうにわかっていないと解けません。
Ａの考え方がＢを解くのを妨害するからです。

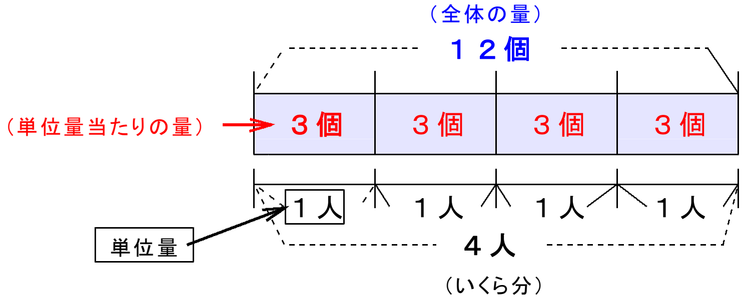
★

単位量当たりの量(内容量)が２つの量で構成されているところに難しさがあります。
何が単位量で何がその単位量当たりの量なのか，という視点が必要なのです。
この視点を図で与えてあげます。

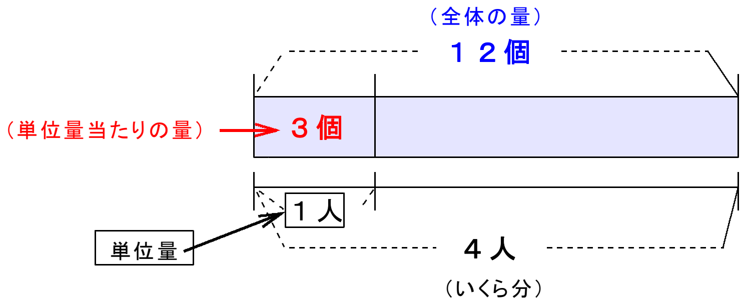
これは，単なる図ではなく，
内包量の本質を視覚化する
シェーマと呼ばれています。
紹介しましょう。

(1) 水そう図のしくみ

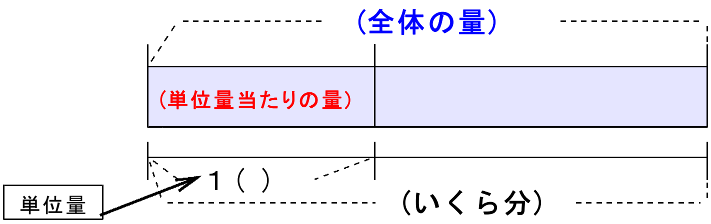
１２個のキャラメルを４人で分けます。１人当たり３個ずつもらえます。
この場面での量の関係を次のように表現します。



これを次のように簡単にして表します。



一般に，水そう図のそれぞれの場所には，次の量を書き込みます。



(2) 水そう図の量の関係

水そう図に記入されている３量の関係は次のようになります。

$$（単位量当たりの量）＝\frac{（全体の量）}{（いくら分）}$$

＊覚え方

$$３個／人＝\frac{１２個}{４人}$$

３量のうち，２つの量がわかれば，他の量を求めることができます。

■《速さの問題では》単位量当たりの量＝速さ，全体の量＝距離，いくら分＝時間

■《濃度の問題では》単位量当たりの量＝濃度，全体の量＝食塩，いくら分＝食塩水

速さ，密度，濃度，利率，生産性，収穫度等々，
およそ内包量に関する文章問題では，すべてこの水そう図というシェーマを作ることができます。
これを使うことで，公式を用いないで３用法のどの部分の量をも求めることができます。
要は，

・水そう図のどこに何の量を書き込むのか，
・なぜ，そのような図で量の関係を正しく表現できるのか

に関してきちんと理解させることです。
その後で，文章を読みながら水そう図の所定の場所に所定の量を書き込む練習をします。

３つの量について，それぞれの量の求め方など覚える必要はありません。

「１２個のキャラメルを４人で分けて１人分が３個ずつになる」

ことさえ知っていれば，自分でそれぞれの量を求める公式をその場で導き出すことができます。

たとえば，全体の量は，３個／人×４人＝１２個で求めることができますし，
単位量当たりの量は，１２個÷４人＝３個／人で求めることができます。
また，いくら分も　１２個÷３個／人＝４人で求めることができます。
小学生でも，自分でこの式を作ることはできます。

★

これから，文字式，方程式，連立方程式，１次関数，２次関数等々における，
速さ・濃度などの内包量に関わる諸問題の指導法と教材を紹介しますが，
それに先だって，この指導で使う水そう図というシェーマについて
簡単に紹介してみました。

速さとか濃度などの個々の内包量での水そう図の使い方については，
今後，教材の中の問題を解くレベルで，具体的に紹介する予定です。

まずは，「単位量当たり量」を表現する文字式の指導について…。
教材の紹介です。

Link ▶ | 学習プリント：文字と式・№30へ |

▲ To Top Page