

「商の表し方」の指導をめぐって(3)

ー約分の処理の問題ー

数専ゼミ | 数学教育研究所 |

文字式の商の表し方では、計算方法と教材構成法の問題とは別に、次のような問題があります。

約分の処理の問題

$$\frac{1}{a} \div \frac{b}{a} = \frac{1}{a} \times \frac{a}{b} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$= \frac{1 \times a}{a \times b} \quad \dots \textcircled{2}$$

つまり、①の形で約分させるか、②の式を書かせてここで約分させるか、という問題です。

一見、些細な問題のようですが、式が複雑になるとここで間違える生徒が多発します。たとえば、これは2年「式の計算」の教材ですが…

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a}{2}\right)^3 \div \frac{a}{8} \times \left(-\frac{b}{15}\right) \\ &= \frac{a^3 b^3}{8} \times \frac{8}{a} \times \left(-\frac{b}{15}\right) \end{aligned}$$

ここで約分させると、少し計算力のない生徒はけっこう間違えます。

とりわけ、文字を乱雑に書く生徒、文字の小さい生徒の多くは間違える傾向にあります。

上の式の次に、次のような式を追加させます。

$$= -\frac{a^3 b^3 \times 8 \times b}{8 \times a b^2 \times 15} \quad \leftarrow \text{式は「1つの分数」の形にする}$$

$$= -\frac{a^2 \cdot b \times 1 \times b}{1 \times 1 \cdot 1 \times 15} \quad \leftarrow \text{約分は分子と分母の間だけでできる}$$

これですと、約分を間違える生徒はほとんどいません。

2本目の式で、分子と分母の間にはもう約分するものがないことが一目でわかるからです。約分結果の確認の式です。もし、ここで分子と分母に公約数があればさらに約分すればいいわけです。だから、この約分結果の式を書くと、約分を間違えるわけがないというわけです。(*^_^*)

間違える生徒は計算プロセスを書けない 書かないのではなく、書けないのです

しかし、書き慣れない生徒は、こうした分子や分母をまとめて表現する書き方に違和感をもっているようで、なかなか書こうとはしません。何回言ってもこの式は書かない生徒も出ます。

そういう生徒はきちんと約分できるのかといえば、やはりきちんと間違えます。

合理的な式を書けないこととよく計算間違いをするということの間には強い相関があるような気がします。思考方法の問題のようです。

賢い生徒は、合理的なことがわかると我流の書式や考え方はすぐ捨てることができます。

賢くない生徒は、自分の思考体系が壊れる混乱と恐怖の方が優先し、新しい考え方を取り入れることに強い抵抗を示します。

これはこれで学習心理学面で興味のある問題ですが…。

だから、こういう生徒にとっては「最初」がものすごく重要になるわけです。

はじめから、分数を1本の式にまとめる書き方を覚えさせれば、そういうものとして覚え、複雑な約分の問題でも、間違いなく計算できるはずです。

1年の文字式の指導で、この書式で約分を覚えさせたいものです。

ちょっとしたことですが、心理学的には深い問題ともいえます。

約分間違いはミスではない！ 思考方法の欠陥が原因である

約分の間違いは、よく不注意による計算ミスとしてかたづけられます。

決して不注意などではなく、思考方法の不合理性に起因するきわめて修正の困難な問題であると見なければなりません。

だから、こうした生徒に例えば、300題のドリル課題を出して計算練習をさせたとしても、301題目には同じ間違いをしないという保証はどこにもありません。

こうしたドリルが生徒に残すものは、計算ぎらいと一層の不合理的思考方法の固定化です。

つまり、多数の計算をやらされると、途中の式を書くことに苦痛を感じ、途中の式は書くことを省いて計算するようになります。

だから、何度も同じ間違いをします。

思考過程が客観化・対象化されないものだから、不合理な思考方法は自己認識されることがなく、計算の不合理のプロセスだけが強化され、間違える思考プロセスが強く固定されてしまいます。

つまり、計算練習が一層の計算ミスを引き起こす原因を作るのです。

思考方法の強制的制御が必要

逆に、合理的な書式を「強制」するならば、数題の練習で、かなり複雑な分数の計算問題でも速く、正確に正解するようになります。

この「強制」というだけが思考方法つまり計算の書式を合理的なものに「矯正」するための唯一の教育なのと思われます。

私の開発する教材が、思考過程を制御する意味がここに 있습니다。

生徒の自由な発想を阻害するという批判はあります。

しかし、自由な発想が不合理な思考であるならば、紹介したように生徒にとってはマイナスになります。

中学段階では、自由な発想をさせるのではなく、正確な知識を与え、合理的な方法の訓練をすることを最優先すべきである、というのが私の教材を作成するにあたっての原点にある思想です。

こうすれば、非常に短い時間に、多くのことをだれにも等しく教えることができます。落ちこぼれる可能性を最小限にとどめることが可能になります。

思考プロセスを制御する教材とは？

今回の教材は、思考プロセスを強力に制御する教材の紹介です。
中1「文字と式」で約分の思考プロセスを制御する教材を紹介します。
思考制御プロセスが分かりやすいコメントという形で展開してある教材です。
しかも、最も応用範囲の広いヒューリスティックスを使っています。
この思考プロセスを習得させることで、どの生徒にも約分を含む分数の確かな計算力を身につけさせることが可能になります。
現場で実践してみたいと思います。
とくに、数学の苦手な生徒に…。



[Link ▶ | 学習プリント:文字と式・No.18へ |](#)

[▲ To Top Page](#)