

第1章 数と式 1・整式

3 因数分解（その2）

(1/6) ■ 公式の利用② ■

◇次に、 $3x^2 + 2x - 5$ のような2次式の因数分解について学習します。

和や差の平方の形ではないし、平方の差にもなっていません。また、 x^2 の係数は1ではありません。このようなときは、どうするのでしょうか。

因数分解の公式(Ⅱ) — その1

★知識の整理★

【1】 $acx^2 + (ad + bc)x + bd$ の因数分解の公式

前に学習した乗法公式の中に

$$(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

というのがありましたね。この式の左辺と右辺を入れかえると、

$$acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$$

となります。

だから、 $acx^2 + (ad + bc)x + bd$ という形の式は、 $(ax + b)(cx + d)$ と因数分解されることがわかります。

上の式を因数分解の公式としてまとめておきましょう。

Ⅱ 2乗の公式 (たすきがけ)

$$\textcircled{4} \quad acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$$

【2】係数に着目する

たとえば、 $3x^2 + 2x - 5$ を因数分解することを考えてみましょう。

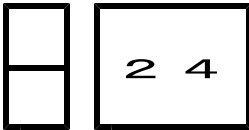
この式が $(ax + b)(cx + d)$ の形に因数分解されたとすると、

$$\begin{aligned} 3x^2 + 2x - 5 &= (ax + b)(cx + d) \\ &= acx^2 + (ad + bc)x + bd \end{aligned}$$

となります。

ここで、 x^2 の係数、 x の係数、定数項を比較すると、次のようになります。

$$ac = 3, \quad ad + bc = 2, \quad bd = -5$$



第1章 数と式 1・整式

3 因数分解 (その2)

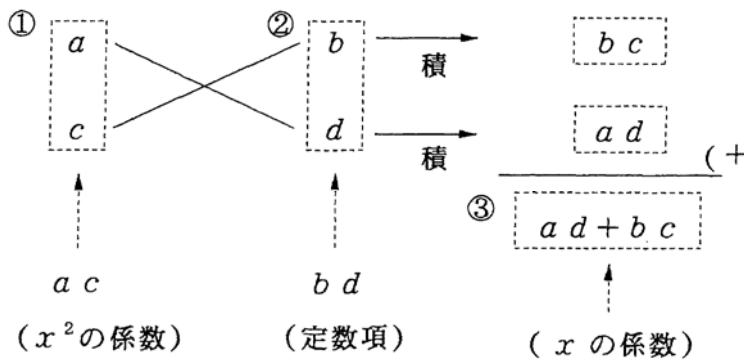
(2/6) ■ 公式の利用② ■

★知識の整理★

【3】 a, b, c, dの求め方

上で考えた $ac=3$, $ad+bc=2$, $bd=-5$ を満たす a, b, c, d を求めるには、次のようにします。

- ① $ac=3$ を満たす正の整数 a, c の組を考える。
 1×3 の分解が考えられる。 ◀組を考えるというのは、 1×3 と 3×1 を同じに考える。つまり、順序を考えないということです。
- ② $bd=-5$ を満たす整数 b, d の組を考える。
 $(-1) \times 5, 1 \times (-5)$ の分解が考えられる。
- ③ ①, ②で考えた a, b, c, d の組の中から、 $ad+bc=2$ を満たす組をさがす。
 このとき、次のような方法がよく使われます。



上の図で、①で求めた a, c の組を①のところに、

②で求めた b, d の組を②のところに書く。

そして、 a と d の積、 b と c の積を求め、その和を③のところに書き、③のところが x の係数に等しいかどうかを調べる。

この方法で、 a, b, c, d を求めてみましょう。

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{array}{l} 1 \times -1 \rightarrow -3 \\ 3 \times 5 \rightarrow 5(+ \\ \hline 2 \end{array} &
 \begin{array}{l} 1 \times 5 \rightarrow 15 \\ 3 \times -1 \rightarrow -1(+ \\ \hline 14 \end{array} &
 \begin{array}{l} 1 \times 1 \rightarrow 3 \\ 3 \times -5 \rightarrow -5(+ \\ \hline -2 \end{array} &
 \begin{array}{l} 1 \times -5 \rightarrow -15 \\ 3 \times 1 \rightarrow 1(+ \\ \hline -14 \end{array}
 \end{array}$$

ですから、 $a=1, b=-1, c=3, d=5$ のとき、 $ad+bc=2$ になることがわかります。

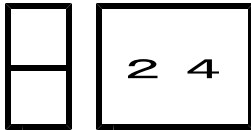
したがって、

$$\begin{aligned}
 3x^2 + 2x - 5 &= \{1 \cdot x + (-1)\} (3x + 5) \\
 &= (x - 1)(3x + 5)
 \end{aligned}$$

と因数分解できます。

上のような方法を、**たすきがけ** といいます。

たすきがけでためすとき、
 上のように、 a, c の組を決めておいて、 b, d の組を入れかえるのがふつうです。



第1章 数と式 1・整式

3 因数分解 (その2)

(3/6) ■ 公式の利用② ■

◇ では、たすきがけを使って因数分解してみましょう。

— ●★解法の技術★の学習のしかた●—

- (1) 下の答案を理解し、「考え方」を覚えましょう。／覚えたら、……
- (2) 模範解答を見ないで、「理解のチェック」の問題を解いてみましょう。
(答案を見ながら書くと勉強になりません。一度、「考え方」を頭の中に入れることが大切です。)

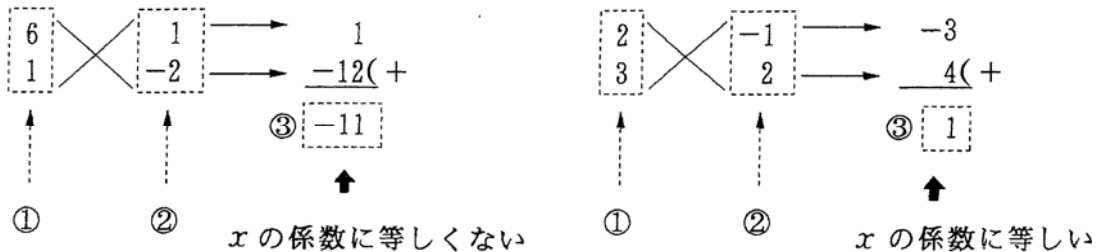
★解法の技術★

$6x^2 + x - 2$ を因数分解しなさい。

【考え方】

次の手順にしたがって因数分解します。

- ① x^2 の係数6を、2つの正の整数の積の形で表す。
 $1 \times 6, \quad 2 \times 3$
- ② 定数項-2を、2つの整数の積の形で表す。
 $1 \times (-2), \quad (-1) \times 2$
- ③ ①, ②の整数の組を使って、下のように計算し、 x の係수에等しくなるものをさがす。



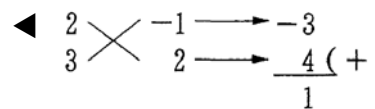
[考える手順]

- 1 たすきがけ
- 2 {} 内を計算

[答案]

$$\begin{aligned}
 &6x^2 + x - 2 \\
 &= \{2x + (-1)\} (3x + 2) \\
 &= (2x - 1)(3x + 2)
 \end{aligned}$$

(たすきがけ計算)

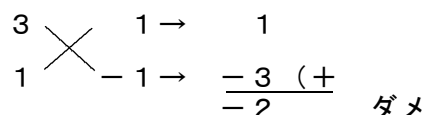


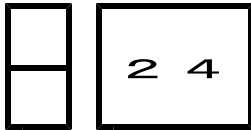
【注意】 上の因数分解では、 $\frac{2}{3} \times \frac{-2}{1}$ などは、ためす必要はありません。

というのは、 $2x - 2$ のような因数をもつ式は、2を各項の共通因数にもつからです。つまり、

$$\begin{aligned}
 &(2x - 2)(3x + 1) \rightarrow 2(x - 1)(3x + 1) \\
 &= 6x^2 - 4x - 2 \\
 &= 2(3x^2 - 2x - 1)
 \end{aligned}$$

↑
2が共通因数で出るから実際にやる因数分解は





第1章 数と式 1・整式

3 因数分解（その2）

（4 / 6） ■ 公式の利用② ■

◇ 《基本的なたすきがけ》 **学力化** → / ,

★理解のチェック★

$6x^2 + x - 2$ を因数分解しなさい。

【考え方】 たすきがけです。試行錯誤しかありません。ありうべき場合をすべてためします。慣れるにしたがって、 x の係数を見るだけで「ありえない場合」が見通せるようになります。その場合を除くことで、速く組み合わせを探せるようになります。答えは、たすきがけを書いて、答えなさい。

[考える手順]

[答 案]

1 たすきがけ

2 {} 内を計算

$$6x^2 + x - 2$$

(たすきがけ計算)

=

=

◇ 《基本的なたすきがけ》 **学力化** → / ,

★演習★【1】

次の式を因数分解しなさい。

(1) $2x^2 + x - 3$

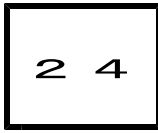
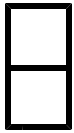
(2) $4y^2 - 17y - 15$

(3) $10y^2 - 19y + 6$

(4) $54b^2 + 51b - 14$

* たすきがけを書いて、答えなさい。

[答 案]



第1章 数と式 1・整式

3 因数分解（その2）

(5 / 6) ■ 公式の利用② ■

◇ 《基本的なたすきがけ》 **学力化** → / ,

★演習★【2】

次の式を因数分解しなさい。

(1) $6x^2 + 7x - 3$

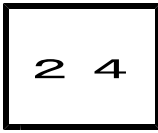
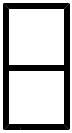
(2) $5x^2 - 28x - 12$

(3) $12x^2 + 13x - 14$

(4) $14x^2 - 27x - 20$

* たすきがけを書いて、答えなさい。

[答 案]



第1章 数と式 1・整式

3 因数分解(その2)

(6/6) ■ 公式の利用② ■

◇ 《分数係数のたすきがけ》 **学力化** → /

★演習★【3】

次の式を因数分解しなさい。

(1) $-3a^2 + 7a - 2$

(2) $\frac{2}{5}a^3 - a^2 + \frac{2}{5}a$

(3) $\frac{4}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$

(4) $7x^2 + \frac{19}{4}x - 5$

【考え方】(1) a^2 の係数に-がついていては、因数分解できません。共通因数の-1をくくり出しておきます。

(2) 分数が入っているのは、因数分解できません。共通因数の $\frac{1}{5}a$ をくくり出し、

()内の項のすべての係数を整数にしておきます。

*くくり出すとは、()の外へ割り出すことです。だから、共通因数でわった商が()の中に残ります。

$\frac{2}{5}a$ をくくり出すとaの項の係数が分数になってしまいます。

(3) 3と2の最小公倍数を分母、1を分子とする分数をくくり出します。

[答 案]

(たすきがけ計算)

$$(1) -3a^2 + 7a - 2 =$$

$$=$$

$$(2) \frac{2}{5}a^3 - a^2 + \frac{2}{5}a =$$

$$=$$

$$(3) \frac{4}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} =$$

$$=$$

$$(4) 7x^2 + \frac{19}{4}x - 5 =$$

$$=$$