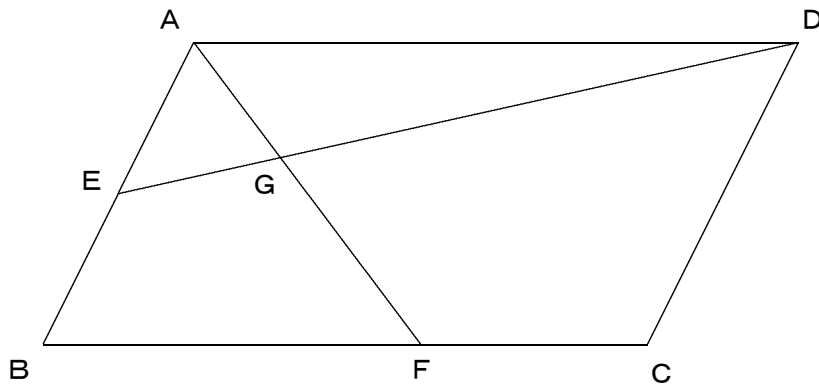


質問へのお答え

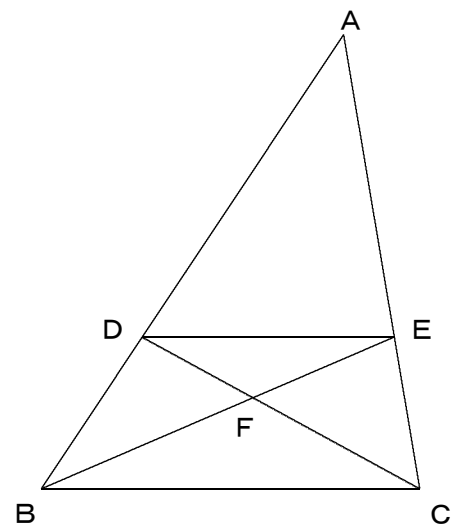
数専ゼミ数学教育研究所・通信教育指導部

質問の内容

- (1) 図の平行四辺形 $ABCD$ で E は AB の中点, $BF : FC = 5 : 3$ である。
このとき $\triangle AEG$ と四角形 $EBFG$ の面積比を求めよ



- (2) 図で $AD : DB = 3 : 2$, $AE : EC = 3 : 2$ である。
 $\triangle DEF$ の面積は $\triangle ABC$ の面積の何倍か。



質問へのお答え

印刷

ご質問ありがとうございます。以下のように解いてみました。



[答 案]

次のページの図をご覧ください。

四角形 $EBFG$ は $\triangle EFG + \triangle FEB$ と考え、個々の三角形の面積比を求め、それらをたします。従って、作業は、 $\triangle AEG$ と $(\triangle EFG + \triangle FEB)$ の面積比を求めることに向かいます。

面積比を求めるのに使うツールは、

「頂点を共有する三角形の面積の比は、底辺の長さに比例する」という性質です。

したがって、まず最初にやる作業は、 $AG : GF$ を求めることです。

その際に、相似な図形の辺の比を使うのですが、この図には2組の相似な図形があり、それぞれに対応する辺の比があります。そこで、それぞれの2組の相似の比を通分して、共通の比を作ります。

(この辺は、少し高等技術なのですが、分かるでしょうか？

一応、図に数値を入れて示しておきますが、よく理解できないときは、もう一度メールを下さい。)

★

A Fの延長とD Cの延長との交点をHとする。

また、B F : F C = 5 : 3 = 10 : 6 とする。

(比を通分をするとき、すべての比が整数になるようにするためです。)

$\triangle A B F \sim \triangle C H F$ (図の青いラインの三角形) より、
それぞれの対応辺の比を青いまる数字で図の中に表示します。

$\triangle A E G \sim \triangle H D G$ (図の赤い塗りつぶしの三角形) より、
それぞれの対応辺の比を赤いまる数字で図の中に表示します。

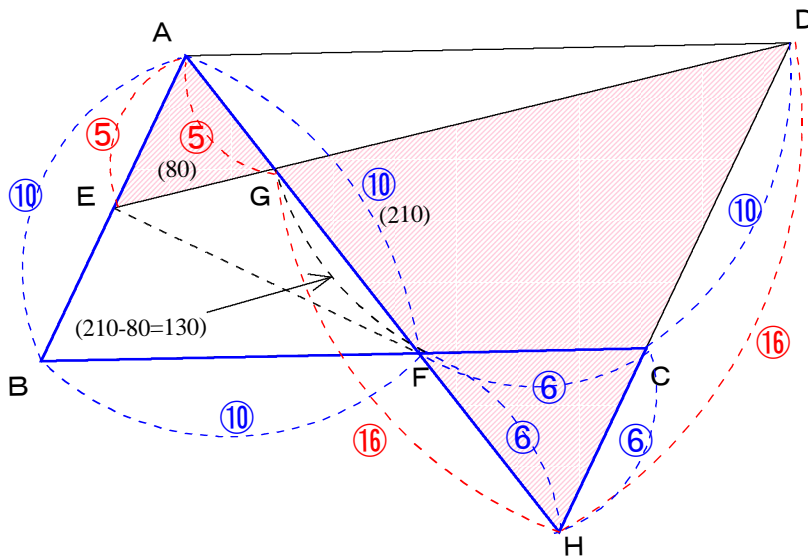
線分A Hについて、青い三角形の比は $10 + 6 = 16$ 、赤い三角形の比は $5 + 16 = 21$ だから、
 16 と 21 の最小公倍数 336 を A H 全体の比とし、A F と A G の比を求めます。

$$A G = 336 \times \frac{5}{21} = 80, \quad A F = 336 \times \frac{10}{16} = 210$$

$$G F = A F - A G = 210 - 80 = 130$$

よって、 $A G : G F = 80 : 130 = 8 : 13$

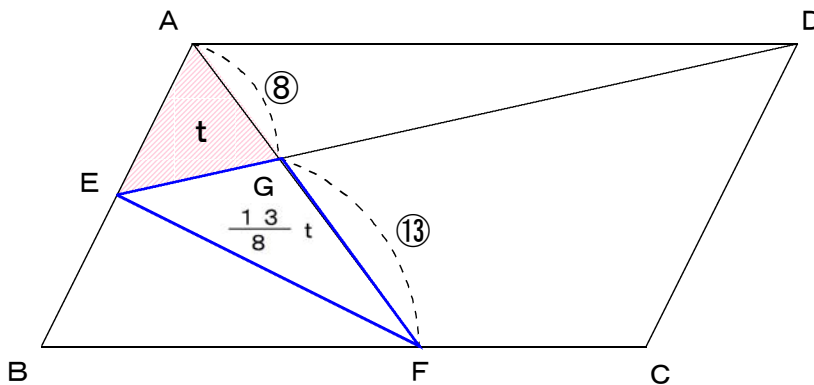
【図1】



以上が前半部です。

この後、三角形の面積を底辺の比に比例配分して面積比を求めます。→ (次のページへ)

【図2】



△EFAで、

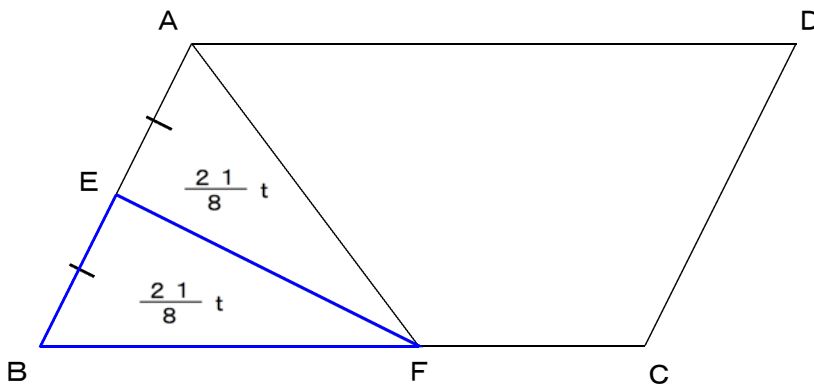
△AEGの面積を t とおく。

頂点Eを共有する△AEGと△EFGにおいて、底辺の比は $AG : GF = 8 : 13$ だから、
 $\triangle AEG : \triangle EFG = 8 : 13$ 。
 よって、

$$\triangle EFG = t \times \frac{13}{8} = \frac{13}{8} t$$

さらに、 $\triangle FAE = t + \frac{13}{8} t = \frac{21}{8} t$

【図3】



△FABで、

△FAEの面積は $\frac{21}{8} t$ 、

頂点Fを共有する△FAEと△FEBにおいて、底辺の比は $AE : EB = 1 : 1$ だから、
 $\triangle FAE : \triangle FEB = 1 : 1$
 よって、

$$\triangle FEB = \frac{21}{8} t$$

四角形EBFGは△EFG+△FEBだから、（【図2】と【図3】より）

$$\text{四角形EBFG} = \frac{13}{8} t + \frac{21}{8} t = \frac{34}{8} t$$

よって、

$$\triangle AEG : \text{四角形EBFG} = t : \frac{34}{8} t = 4 : 17$$

答

4 : 17

【注】 とりあえず、問題(1)のみを解いてみました。

解法のプロセスをじっくりと検討してみてください。

もっとスマートな解法があるかもしれません。もし、そのような解答を見つけた方は教えていただきたいと思います。

問題(2)は、追って、別のファイルで解説を載せます。