

質問へのお答え

数専ゼミ数学教育研究所・通信教育指導部

質問の内容

関数  $y = 2x^2$  と  $y = ax - 8$  の共通点が1つであるとき、 $a$ の値をすべて求めなさい。

… (途中省略)

中学までの知識内で導き出せる解法をよろしくお願いします。

また「共通点」の意味がいまいちよく分からなかったので、その意味も教えて頂きたいです。共有点と同じようなものでしょうか…。

質問へのお答え

印刷

ご質問ありがとうございます。以下のように解いてみました。

☆ ☆ ☆

[答 案]

■ 「共通点」について

中学では放物線と直線の共有点を「交点」と呼んでいます。

たとえば、次のように表現します。

「放物線  $y = x^2$  と直線  $y = x + 2$  の交点A, Bの座標を求めなさい。」

(学校図書版「中学校数学3」121ページ)

だから、ご質問の問題は

「放物線  $y = 2x^2$  と直線  $y = ax - 8$  の交点が1つであるとき、 $a$ の値をすべて求めなさい。」と置き換えて考えるといいかと思います。

■ 高校数学を履修した人なら、「共有点1個→判別式  $D = 0$  →重解」という思考連鎖が瞬間に出ないとばかにされます。しかし、中学では判別式や重解という概念を学習していません。だから、このような言葉を使わないで解法を説明しなくてはなりません。

では、中学生向け答案と作ってみます。

$$\begin{cases} y = 2x^2 & \dots \textcircled{1} \\ y = ax - 8 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

グラフの交点を求めるのだから、 $\textcircled{1} = \textcircled{2}$ となります。

$$2x^2 = ax - 8$$

$$2x^2 - ax + 8 = 0$$

$$x = \frac{-(-a) \pm \sqrt{(-a)^2 - 4 \times 2 \times 8}}{2 \times 2} \quad (* \text{ 解の公式は中学で学習します。})$$

$$x = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 64}}{4}$$

ここで、 $\sqrt{\quad}$  の中が0であるならば、解は  $x = \frac{a}{4}$  だけとなり、交点が1つとなります。

(\* 交点が1つという状況は、下のグラフで説明します。)

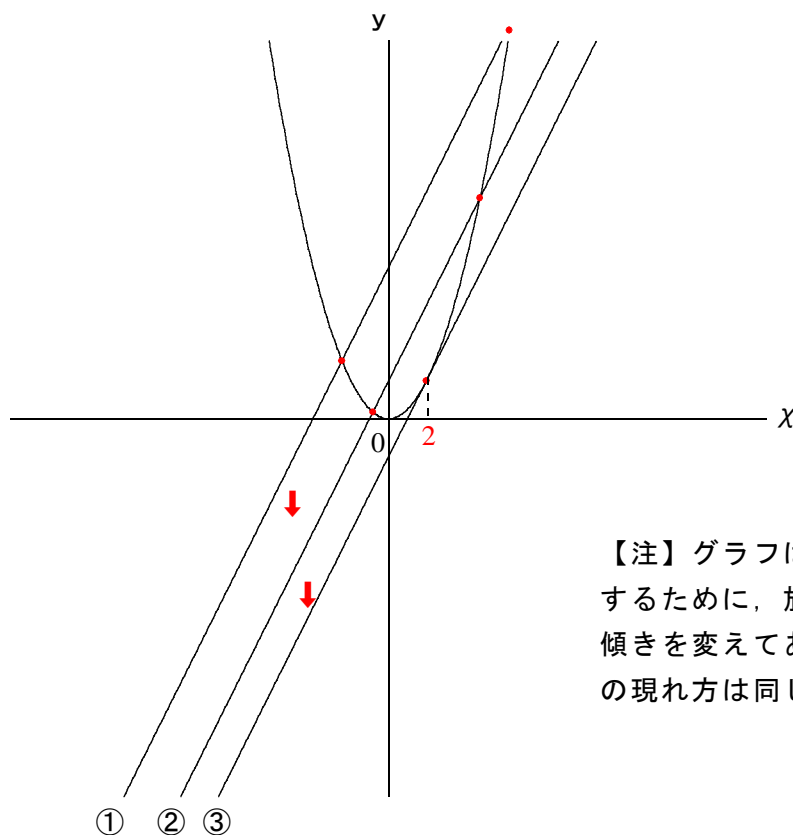
$$a^2 - 64 = 0$$

$$a^2 = 64$$

$$a = \pm \sqrt{64} = \pm 8$$

答え  $a = \pm 8$

■ 放物線と直線の交点が1つという状況



【注】グラフは、状況を分かりやすくするために、放物線の開き方や直線の傾きを変えてあります。しかし、交点の現れ方は同じです。

\* 問題では、もう1本の直線が、③の直線とy軸を対称軸とし、 $(-2, 8)$ 、 $(0, -8)$ を通る③の直線と線対称な直線として現れます。

(煩雑になるために上の図にはかき入れていませんが…)

ご質問，ありがとうございました。また，ご質問下さい。